

Контрольная работа по математической статистике МЭСИ

Контрольная работа № 3 по теме

«КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ»

Задание 3.8

На основе выборочных данных двумерного вариационного ряда

$y \setminus x$	10- 20	20- 30
5- 10	5	30
10- 15	20	20
15- 20	20	5

найти выборочный коэффициент регрессии Y на X .

Решение

Выберем середину каждого интервала, тогда получаем таблицу

$y \setminus x$	15	25
7,5	5	30
12,5	20	20
17,5	20	5

Выборочные средние:

$$\bar{x} = (15(5 + 20 + 20) + 25(30 + 20 + 5))/100 = 20.5$$

$$\bar{y} = (7.5(5 + 30) + 12.5(20 + 20) + 17.5(20 + 5))/100 = 12$$

Дисперсии:

$$\sigma_x^2 = (15^2(5 + 20 + 20) + 25^2(30 + 20 + 5))/100 - 20.5^2 = 24.75$$

Решение контрольной работы выполнено на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=mesims
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\sigma_y^2 = (7.5^2(5 + 30) + 12.5^2(20 + 20) + 17.5^2(20 + 5))/100 - 12^2 = 14.75$$

Откуда получаем среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_x = 4.97 \text{ и } \sigma_y = 3.84$$

и ковариация:

$$\text{Cov}(x,y) = (15 \cdot 7.5 \cdot 5 + 25 \cdot 7.5 \cdot 30 + 15 \cdot 12.5 \cdot 20 + 25 \cdot 12.5 \cdot 20 + 15 \cdot 17.5 \cdot 20 + 25 \cdot 17.5 \cdot 5)/100 - 20.5 \cdot 12 = -9.75$$

Определим коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$r_{xy} = \frac{-9.75}{4.97 \cdot 3.84} = -0.5102$$

Задание 4.6

На основе выборки объемом в 30 наблюдений из двумерной генеральной совокупности были получены выборочные характеристики $b_{yx} = -0.50$ $S_x^2 = 31.16$ $S_y^2 = 9.21$. С $\alpha = 0.01$ проверить значимость генерального коэффициента корреляции.

Решение

Коэффициент корреляции равен $r_{xy} = b_{xy} \sqrt{\frac{S_y^2}{S_x^2}} = -0.5 \sqrt{\frac{9.21}{31.16}} = -0.272$

Проверим значимость коэффициента корреляции

Решение контрольной работы выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=mesims
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$t_H = \left| r_{xy} \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \right| = \left| -0.272 \frac{\sqrt{30-2}}{\sqrt{1-(-0.272)^2}} \right| = 1.496$$

По таблице Стьюдента с уровнем значимости $\alpha=0.01$ и степенями свободы $k=30-2 = 28$ находим $t_{\text{крит}}$: $t_{\text{крит}} = (28;0.005) = 2,76$

Если $t_{\text{набл}} > t_{\text{критич}}$, то полученное значение коэффициента корреляции признается значимым (нулевая гипотеза, утверждающая равенство нулю коэффициента корреляции, отвергается).

Поскольку $t_{\text{набл}} < t_{\text{крит}}$, то принимаем гипотезу о равенстве 0 коэффициента корреляции. Другими словами, коэффициент корреляции статистически не значим.

Задание 5.1

На основе 30 выборочных наблюдений получены выборочные коэффициенты регрессии

$b_{yx} = -0.51$, $b_{xy} = -1.72$. С надежностью $\gamma = 0.95$ найти длину доверительного

интервала для генерального коэффициента регрессии β_{xy} .

Решение

Коэффициент корреляции равен $r = \sqrt{b_{xy} b_{yx}} = \sqrt{(-0.51)(-1.72)} = 0.937$

Вычислим величину $z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+0.937}{1-0.937} = 1.713$ и

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{30-3}} = 0.192$$

Найдем такое значение Δ , что

$$P(|Z - z| < \Delta) = \gamma = 0.95 \Rightarrow P(|Z - z| < \Delta) = \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right) = \gamma = 0.95$$

$$\frac{\Delta}{\sigma} = 1.96 \Rightarrow \Delta = 1.96\sigma = 1.96 \cdot 0.192 = 0.376$$

$$|Z - 1.713| < 0.376$$

$$-0.376 < Z - 1.713 < 0.376$$

$$1.337 < Z < 2.089$$

Найдем такие значения r_{\min}, r_{\max} , что

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_{\min}}{1-r_{\min}} = 1.337 \Rightarrow \ln \frac{1+r_{\min}}{1-r_{\min}} = 2.647 \Rightarrow \frac{1+r_{\min}}{1-r_{\min}} = e^{2.647} = 14.112$$

$$1+r_{\min} = 14.112(1-r_{\min})$$

$$r_{\min} = \frac{14.112-1}{14.112+1} = 0.868$$

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_{\max}}{1-r_{\max}} = 2.089 \Rightarrow \ln \frac{1+r_{\max}}{1-r_{\max}} = 4.178 \Rightarrow \frac{1+r_{\max}}{1-r_{\max}} = e^{4.178} = 65.235$$

$$1+r_{\max} = 65.235(1-r_{\max})$$

$$r_{\max} = \frac{65.235-1}{65.235+1} = 0.969$$

Тогда, длина доверительного интервала равна

$$r_{\max} - r_{\min} = 0.969 - 0.868 = 0.101$$