

Задание 1

Осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение этого полинома в точке $x = 0.014$

X	0.01	0.06	0.11	0.16
Y	0.99	0.95	0.91	0.88

Решение. Составим таблицу Ньютона

x	y			
0,01	0,99	-0,04	0	0,01
0,06	0,95	-0,04	0,01	
0,11	0,91	-0,03		
0,16	0,88			

Тогда получаем

$$q = \frac{0.014 - 0.01}{0.06 - 0.01} = 0.08$$

Тогда, получаем

$$f(0.014) = 0.99 - 0.04 * \frac{0.08}{1} + 0 * \frac{0.08(0.08-1)}{2!} + 0.01 * \frac{0.08(0.08-1)(0.08-2)}{3!} =$$
$$= 0.99 - 0.0032 + 0.0002 = 0.987$$

Задание 2

Уточнить значение корня на интервале $[0; 4]$ тремя итерациями

$$5x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$$

Решение

Пусть $f(x) = 5\tilde{\sigma}^3 - 3\tilde{\sigma}^2 + 4\tilde{\sigma} - 12$, тогда воспользуемся методом Ньютона для вычисления

$$\text{корней: } x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} = x_k - \frac{5\tilde{\sigma}_k^3 - 3\tilde{\sigma}_k^2 + 4\tilde{\sigma}_k - 12}{15\tilde{\sigma}_k^2 - 6x_k + 4}$$

Сделаем три итерации

x_k	y_k	y'_k	y_{k+1}
0,000	-12,000	4,000	3,000
3,000	108,000	121,000	2,107
2,107	29,905	57,975	1,592

Значит, $x \approx 1.592$

Задание 3

Методами прямоугольников, трапеции и Симпсона вычислить интеграл $\int_1^5 \frac{dx}{2+x^2}$

Решение.

Возьмем $n = 10$ - точек, тогда получаем, $h = \frac{5-1}{10} = 0.4$

1) Рассчитаем значение интеграла по формуле прямоугольников

$$I_1 \approx h \sum_{i=0}^9 f(x_i)$$

Сведем вычисления в таблицу

x	y
1	0,333
1,4	0,253
1,8	0,191
2,2	0,146
2,6	0,114
3	0,091
3,4	0,074
3,8	0,061
4,2	0,051
4,6	0,043
5	
Сумма=	1,357

Тогда, получаем $I_1 \approx 0.4 * 1.357 = 0.543$

2) Рассчитаем значение интеграла по формуле трапеций

$$I_2 \approx h \left(\sum_{i=0}^{10} f(x_i) - \frac{f(x_0) + f(x_{10})}{2} \right)$$

Сведем вычисления в таблицу

x	y
1	0,333
1,4	0,253
1,8	0,191
2,2	0,146
2,6	0,114
3	0,091
3,4	0,074
3,8	0,061
4,2	0,051
4,6	0,043
5	0,037
Сумма=	1,394

Тогда, получаем $I_2 \approx 0.4 \left(1.394 - \frac{0.037 + 0.333}{2} \right) = 0.484$

3) Рассчитаем значение интеграла по формуле Симпсона

$$I_2 \approx \frac{h}{3} \left(\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{k=1}^{19} f(x_k) + 2 \sum_{k=1}^{20} f\left(\frac{x_{k-1} + x_k}{2}\right) \right)$$

x	y	y	y
1	0,333		

1,2			0,291
1,4		0,253	
1,6			0,219
1,8		0,191	
2			0,167
2,2		0,146	
2,4			0,129
2,6		0,114	
2,8			0,102
3		0,091	
3,2			0,082
3,4		0,074	
3,6			0,067
3,8		0,061	
4			0,056
4,2		0,051	
4,4			0,047
4,6		0,043	
4,8			0,040
5	0,037		
Сумма=	0,370	1,023	1,198

$$I_2 \approx \frac{0.4}{3} \left(\frac{0.370}{2} + 1.023 + 2 \cdot 1.198 \right) = 0.481$$