Решение контрольной работы по физике

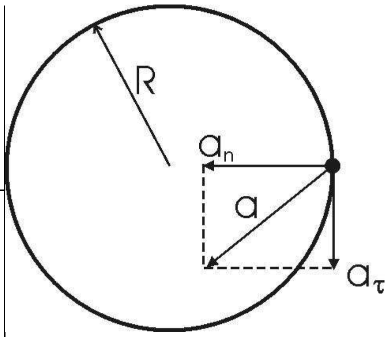
Задание 110

Точка движется по окружности радиусом R = 30 см с постоянным угловым ускорением ε. Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время T = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение a_n=2,7 м/с^2.

R = 30 см
a_τ = const
T= 4 с
N(T) = 3
a_n=2,7 м/с^2

---

a_τ = ?



На рисунке показаны направления тангенциального a_τ, нормального a_n ускорений и полного ускорений точки.

По определению нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость точки, R - радиус. Откуда $\omega = \sqrt{\frac{a_n}{R}}$.

Угловая скорость с другой стороны равна $\omega=\omega_0+\varepsilon t$. Откуда $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$.

По определению тангенциальное ускорение $a_\tau = \varepsilon R$, где ε – угловое ускорение точки.

Зависимость угла поворота от времени: $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$. Поэтому число оборотов равно $N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}\right)$. Подставляем сюда $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$ и получаем $N = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_0 t + \frac{(\omega - \omega_0)t^2}{2t}\right) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{(\omega + \omega_0)}{2} t\right)$. Откуда $\omega_0 = \frac{4\pi N}{t} - \omega$. Подставляем в $\varepsilon = \frac{\omega - \frac{4\pi N}{t} + \omega}{t} = \frac{2\omega}{t} - \frac{4\pi N}{t^2}$.

Нам уже известно, что $\omega = \sqrt{\frac{a_n}{R}}$, поэтому через время T угловое ускорение $\varepsilon = \frac{2}{T}\sqrt{\frac{a_n}{R}} - \frac{4\pi N(T)}{T^2}$. Тогда искомая величина

$$a_\tau = \varepsilon R = \frac{2}{T}\sqrt{a_n R} - \frac{4\pi N(T) \times R}{T^2}.$$ Подставляем числа.

$$a_\tau = \frac{2}{4с}\sqrt{2.7м/с^2 \times 0,3м} - \frac{4 \times 3,14 \times 3 \times 0,3м}{(4с)^2} = -0,26м/с^2.$$

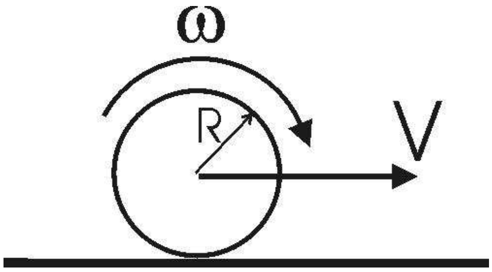
Задание 146

По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью V = 8 м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь S = 18 м.

V= 8 м/с

S= 18 м

k = ?



Так как диск катится, а не скользит, то он будет вращаться с угловой скоростью ω и двигаться поступательно со скоростью V.

Угловые и линейные величины, характеризующие движение точки по окружности (в нашем случае на поверхности диска) связаны соотношением s=φ×R, где R – радиус диска. Поэтому $V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(\varphi \times R)}{dt} = R \times \frac{d\varphi}{dt} = R \times \omega$.

Откуда $\omega = \frac{V}{R}$.

По определению кинетическая энергия вращения равна $E_{вр} = \frac{J \times \omega^2}{2}$, где $J = \frac{m \times R^2}{2}$ - момент инерции сплошного диска. Тогда $E_{вр} = \frac{m \times R^2 \times \omega^2}{4}$, а так как $\omega = \frac{V}{R}$, то $E_{вр} = \frac{m \times R^2 \times V^2}{4 \times R^2} = \frac{m \times V^2}{4}$.

Помимо вращения существует поступательное движение со скоростью V. По определению кинетическая энергия поступательного движения $E_{кин} = \frac{m \times V^2}{2}$.

Тогда полная кинетическая энергия равна

Е=Евр+Екин=$\frac{m \times V^2}{4} + \frac{m \times V^2}{2} = \frac{3 \times m \times V^2}{4}$.

Когда диск катится, на него действует сила трения (см. рис.) равная $F_{тр} = k \times mg$, где k – коэффициент сопротивления. Работа сил трения равна A=Fтр×S, где S – пройденный путь. Так как диск остановился, то вся кинетическая энергия пошла на работу против сил трения: A=Екин. Поэтому

$A = k \times mg \times S = \frac{3 \times m \times V^2}{4}$, откуда искомая величина

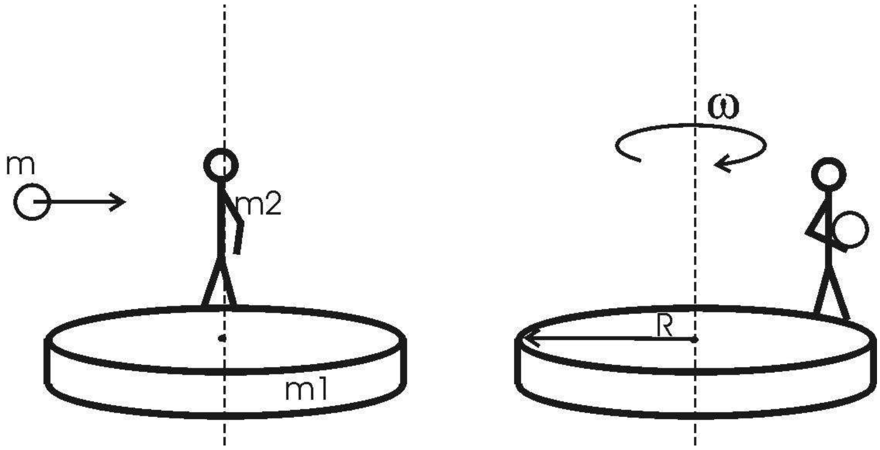
$$k = \frac{3 \times V^2}{4 \times g \times S} = \frac{3 \times (8м/с)^2}{4 \times 9{,}81м/с^2 \times 18м} = 0{,}27.$$

Задание 158

На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром D=0,8 м и массой m1=6 кг стоит человек массой m2=60 кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой m=0,5 кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии R=0,4 м от оси скамьи. Скорость мяча V=5 м/с.

D=0,8 м
m1=6 кг
m2=60 кг
m=0,5 кг
V=5 м/с
R=0,4 м
D=2×R

ω = ?



Мяч обладает моментом импульса относительно оси вращения: M=m×V×R. Воспользуемся законом сохранения момента импульса:

$(J1+J2+m\times R^2)\times\omega = M = m\times V\times R$, где $J1=\frac{m1\times D^2}{8}=\frac{m1\times R^2}{2}$ - момент инерции скамьи диаметром D=2×R и массой m1, ω – угловая скорость вращения человека с диском, J1+J2 – суммарный момент инерции диска и человека, находящегося на краю диска. Момент инерции человека $J2=m2\times R^2$, так как он стоял на расстоянии R от оси вращения.

Тогда $\left(\frac{m1\times R^2}{2}+m2\times R^2+m\times R^2\right)\times\omega = m\times V\times R$, откуда

$$\omega=\frac{2\times m\times V\times R}{\left(m1\times R^2+2\times m2\times R^2+2\times m\times R^2\right)}=\frac{2\times m\times V}{(m1+2\times(m2+m))\times R}.$$

Подставляем числа.

$$\omega=\frac{2\times 0.5кг\times 5м/с}{(6кг+2\times(60кг+0,5кг))\times 0,4м}=0,098рад/с\cong 0,1рад/с.$$

Задание 164

С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью V=5 км/с. На какую высоту она поднимется?

V=5 км/с	
h = ?	

Начальная кинетическая энергия ракеты $Ek = \frac{m \times V^2}{2}$, где m – масса ракеты, конечная кинетическая энергия равна 0.

Разность потенциальных энергий между положением ракеты на поверхности Земли и на высоте h равна Ep=m×g×h.

Из закона сохранения энергии имеем: Ek=Ep. Поэтому $\frac{m \times V^2}{2} = m \times g \times h$,

откуда $h = \frac{V^2}{2 \times g} = \frac{(5000 м/с)^2}{2 \times 9{,}81 м/с^2} = 1{,}27 \times 10^6 м = 1270 км$.

Задание 215

Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление P1=2МПа и температура T1 = 800 К, в другом P2 = 2,5МПа, T2 = 200К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры T =200 К. Определить установившееся в сосудах давление P.

O_2
(M=0.032кг/моль)
V1 = V2
V=2×V1
P1 = 2 МПа
P2 = 2,5 МПа
T1 = 800 К
T2 = 200 К

P = ?

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

В первом случае $P1\times V = \frac{m1}{M}R\times T1$, откуда $m1 = \frac{P1\times V1\times M}{R\times T1}$.

Во втором случае $P2\times V = \frac{m2}{M}R\times T2$, откуда $m2 = \frac{P2\times V2\times M}{R\times T2}$.

Тогда суммарная масса газа после объединения газов равна

m=m1+m2=$\frac{P1\times V1\times M}{R\times T1} + \frac{P2\times V2\times M}{R\times T2}$. А так как V1=V2, то

$$m = \left(\frac{P1}{T1} + \frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times M}{R}.$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ находим искомое давление $P = \frac{m}{M}\times\frac{RT}{V} = \left(\frac{P1}{T1} + \frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times M\times RT}{R\times M\times V} = \left(\frac{P1}{T1} + \frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times T}{2\times V1} =$

$$= \left(\frac{P1}{T1} + \frac{P2}{T2}\right)\times\frac{T}{2}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $P = \left(\frac{2\times 10^6 \text{Па}}{800\text{К}} + \frac{2{,}5\times 10^6 \text{Па}}{200\text{К}}\right)\times\frac{200\text{К}}{2} = 1{,}5\times 10^6 \text{Па} = 1.5\text{МПа}$.

Задание 237

Найти удельные c_p и c_v, а также молярные C_p и C_v теплоемкости азота и гелия.

N_2 He $\mu(N_2)$=28г/моль μ(He)=4г/моль	Удельная теплоемкость при постоянном объеме $c_V = \frac{i \times R}{2\mu}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная. Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_P = \frac{(i+2)R}{2\mu}$.
Cp = ? c_p =? Cv = ? c_v =?	1) Рассмотрим сначала азот:

Число степеней свободы для азота равно 5 (3-поступательные и 2 - вращательные, так как газ двухатомный). Поэтому

$$c_V = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.028} Дж/(кгК) = 742 Дж/(кгК).$$

$$c_P = \frac{7 \times 8.31}{2 \times 0.028} Дж/(кгК) = 1038.8 Дж/(кгК).$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i \times R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} Дж/(мольК) = 20.8 Дж/(мольК).$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_P = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{7 \times 8.31}{2} Дж/(мольК) = 29{,}1 Дж/(мольК).$$

2) Рассмотрим теперь гелий:

Число степеней свободы для гелия равно 3 (3-поступательные и ни одной вращательной, так как газ одноатомный). Поэтому

$$c_V = \frac{3 \times 8.31}{2 \times 0.004} Дж/(кгК) = 3120 Дж/(кгК).$$

$$c_P = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.004} Дж/(кгК) = 5194 Дж/(кгК).$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i \times R}{2} = \frac{3 \times 8.31}{2} Дж/(мольК) = 12.5 Дж/(мольК).$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_P = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} Дж/(мольК) = 20{,}8 Дж/(мольК).$$

Задание 242

Определить среднюю длину свободного пробега <l> молекулы азота в сосуде вместимостью V=5 л. Масса газа m = 0,5 г.

V=5 л m = 0,5 г N_2 $d=3\times10^{-10}$м M=0,028кг/моль	
$\langle\lambda\rangle$ = ?	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n=\frac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV=\frac{m}{M}RT$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса азота (M=28г/моль). Откуда $\frac{T}{P}=\frac{V\times M}{m\times R}$. Подставляем в

$$\langle\lambda\rangle=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}=\frac{k\times V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times R}=\frac{V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times N_A}$$

. Мы учли что $R=N_A\times k$.

Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle=\frac{5\times10^{-3}\text{м}^3\times0{,}028\text{кг}/\text{моль}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(3\times10^{-10}\text{м})^2\times0{,}5\times10^{-3}\text{кг}\times6.023\times10^{23}\text{моль}^{-1}}=$$

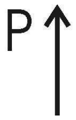
$$=1{,}16\times10^{-6}\text{м}=1{,}16\text{мкм}.$$

Задание 253

При адиабатном сжатии давление воздуха было увеличено от P1==50кПа до P2=0,5МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление P3 газа в конце процесса.

P1 = 50 кПа

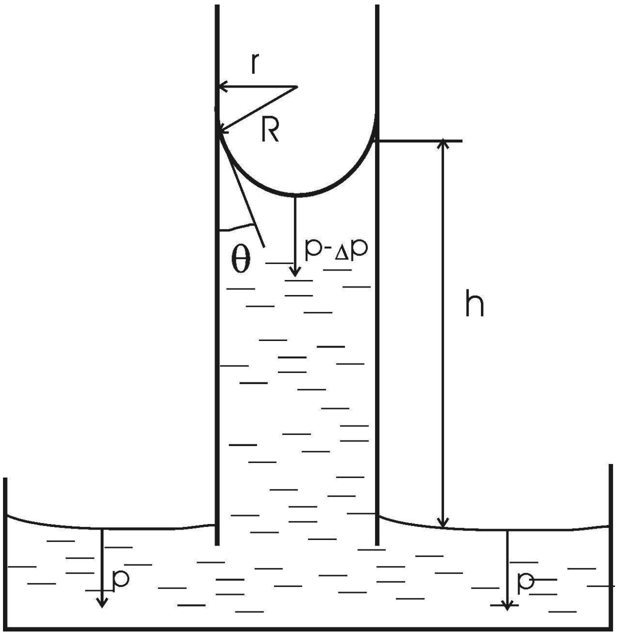
P2 = 0,5 МПа



$P3 = ?$	$PV^{\gamma} = const$, где $\gamma = \left(1 + \frac{R}{C_V}\right)$. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы (для воздуха существует 3 поступательные и 2 вращательные степени свободы i=3+2=5.). Поэтому $\gamma = \left(1 + \frac{2R}{5R}\right) = \frac{7}{5}$ и тогда $P \times V^{7/5} = const$. Так как эта величина константа, то получаем при давлении P1 и P2: $P1 \times V1^{7/5} = P2 \times V2^{7/5}$, откуда $\frac{P2}{P1} = \left(\frac{V1}{V2}\right)^{7/5}$. Или же $\frac{V1}{V2} = \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$. Так как начальная и конечная точки лежат на изотерме T=const (так как в условии сказано, что начальная и конечная температуры равны), то из уравнения изотермы PV=const получаем: P3×V2=P1×V1 (см. рис.). Тогда искомое давление $P3 = P1 \times \frac{V1}{V2}$. Подставляем $\frac{V1}{V2} = \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$ и получаем $P3 = P1 \times \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $P3 = 50 \times 10^3 Па \times \left(\frac{0.5 \times 10^6 Па}{50 \times 10^3 Па}\right)^{5/7} = 2.59 \times 10^5 Па = 0.259 МПа$.

Задание 271
Найти массу m воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала d=0,8мм, опущенную в воду на малую глубину. Считать смачивание полным.

d =0,8мм
α=0,04Н/м
m = ?



Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту h, при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному: $h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$, откуда $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$, где ρ – плотность жидкости (ρ=1000кг/м^3 для воды), g –ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой, то $R = \frac{r}{\cos\theta}$. Подставляя это значение в формулу высоты, получим $h = \frac{2\alpha \times \cos\theta}{r \times \rho \times g}$. При условии полного смачивания θ=0° получаем $h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}$. Так как r=d/2, то $h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$.

Объем цилиндра высотой h и диаметром d равен $V = h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Масса воды в объеме V равна $m = \rho \times V = \rho \times h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$. Подставляем сюда

$h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$ и получаем $m = \rho \times V = \rho \times \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g} \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\alpha \times \pi \times d}{g}$.

Подставляем числа. $m = \frac{0.04Н/м \times 3{,}14 \times 0{,}8 \times 10^{-3}м}{9{,}81м/с^2} = 1{,}84 \times 10^{-5}кг$.

Задание 273

Какая энергия E выделится при слиянии двух капель ртути диаметром d1 = 0,8мм и d2=1,2мм в одну каплю?

d1=0.8мм d2=1.2мм $\alpha=465\times10^{-3}$ Н/м Hg	Коэффициент поверхностного натяжения жидкости равен $\alpha=\frac{\Delta E}{\Delta S}$, где ΔE – изменение энергии при увеличении площади на ΔS. Искомая энергия как

$E = ?$

раз и равна E=ΔE. Поэтому $\alpha = \frac{E}{\Delta S}$. Откуда E=α×ΔS, где ΔS –изменение площади ртути.

Объем шара диаметром d равен $V = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^3$, а площадь $S = \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Поэтому $S1 = \pi \times \left(\frac{d1}{2}\right)^2$ и $S2 = \pi \times \left(\frac{d2}{2}\right)^2$. Сумма этих площадей – это начальная площадь ртути:

$$S = S1 + S2 = \pi \times \left(\frac{d1}{2}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{d2}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \times \left(d1^2 + d2^2\right).$$

Полный объем ртути до и после слияния не изменился. Начальный объем равен объему двух капель: $V = V1 + V2 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d1}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d2}{2}\right)^3$.

Поэтому и конечный объем равен $V' = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d1}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d2}{2}\right)^3$.

Конечный объем капли равен $V' = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d'}{2}\right)^3$, а площадь $S' = \pi \times \left(\frac{d'}{2}\right)^2$.

Поэтому $S' = \pi \times \left(\frac{3 \times V'}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$. Подставляем сюда найденный объем и получаем $S' = \pi \times \left(\frac{3}{4\pi} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d1}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{d2}{2}\right)^3\right)\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\pi}{4} \times \left((d1)^3 + (d2)^3\right)^{\frac{2}{3}}$.

Тогда изменение площади равно

$$\Delta S = S - S' = \frac{\pi}{4} \times \left((d1)^3 + (d2)^3\right)^{\frac{2}{3}} - \frac{\pi}{4} \times \left((d1)^2 + (d2)^2\right).$$

Тогда энергия равна $E = \frac{\alpha \times \pi}{4} \times \left[\left((d1)^2 + (d2)^2\right) - \left((d1)^3 + (d2)^3\right)^{\frac{2}{3}}\right]$.

Подставляем числа.

$$E = \frac{465 \times 10^{-3}\,\text{Н/м} \times 3{,}14}{4} \times \left[\left(\left(0{,}8 \times 10^{-3}\,\text{м}\right)^2 + \left(1{,}2 \times 10^{-3}\,\text{м}\right)^2\right) - \right.$$

$$\left. - \left(\left(0{,}8 \times 10^{-3}\,\text{м}\right)^3 + \left(1{,}2 \times 10^{-3}\,\text{м}\right)^3\right)^{\frac{2}{3}}\right] = 1{,}34 \times 10^{-7}\,\text{Дж} = 0{,}134\,\text{мкДж}.$$