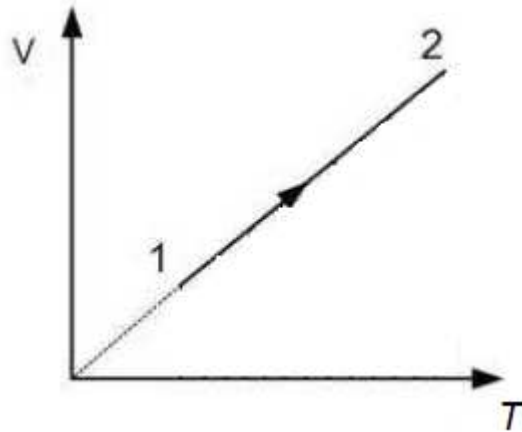


Контрольная работа 1 по физике с решением

Задача 9

На диаграмме (Т-V) график процесса представляет собой прямую, соединяющую точки с координатами (300 К; 0,1 л), (600 К; 0,2 л). Определить работу одного моля газа при его расширении от 0,1 л до 0,2 л.

Решение:



Поскольку диаграмма представляет собой прямую линию, то можно сказать, что процесс изобарный, то есть:

$$p = const \text{ или } \frac{V}{T} = const. \quad (1)$$

Работа газа по определению равна:

$$A = p\Delta V. \quad (2)$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT, \quad (3)$$

где $\nu = 1 \text{ моль}$ – количество вещества газа, $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная.

Сопоставляя (2) и (3) можно записать:

$$A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Подставляем значения:

$$A = 1 \text{ моль} \cdot 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (600 - 300) \text{ К} \approx 2493 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 2493 \text{ Дж}.$

Задача 13

Тело массой $m = 1$ кг движется в плоскости в соответствии с уравнениями: $x(t) = 3\cos(\pi t/6)$; $y(t) = 3\sin(\pi t/6)$. Определите вид траектории. Для момента времени $\tau = 1$ с найдите: вектор перемещения \vec{r} ; вектор скорости \vec{v} ; вектор ускорения \vec{a} ; вектор силы \vec{F} ?

Решение:

1. Из уравнений движения выразим синус и косинус:

$$\begin{cases} x(t) = 3\cos(\pi t/6) \\ y(t) = 3\sin(\pi t/6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\pi t/6) = x/3 \\ \sin(\pi t/6) = y/3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2(\pi t/6) = (x/3)^2 \\ \sin^2(\pi t/6) = (y/3)^2 \end{cases}$$

Складываем первое и второе уравнения:

$$\cos^2(\pi t/6) + \sin^2(\pi t/6) = (x/3)^2 + (y/3)^2$$

$$1 = (x/3)^2 + (y/3)^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2.$$

Получили уравнение окружности. В результате траектория движения тела – окружность с центром в начале координат и радиусом 3.

2. Вектор перемещения \vec{r} :

$$\vec{r}(t) = 3\cos(\pi t/6) \cdot \vec{i} + 3\sin(\pi t/6) \cdot \vec{j}, \text{ тогда в момент времени } \tau = 1 \text{ с:}$$

$$\vec{r}(1) = 3\cos(\pi/6) \cdot \vec{i} + 3\sin(\pi/6) \cdot \vec{j} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}.$$

3. Вектор скорости

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \frac{d\vec{r}}{dt} = -3\sin(\pi t/6) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \vec{i} + 3\cos(\pi t/6) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \vec{j} = \\ &= -\frac{\pi}{2} \sin(\pi t/6) \cdot \vec{i} + \frac{\pi}{2} \cos(\pi t/6) \cdot \vec{j} \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Тогда в момент времени $\tau = 1$ с:

$$\begin{aligned} \vec{v}(1) &= -\frac{\pi}{2} \sin(\pi/6) \cdot \vec{i} + \frac{\pi}{2} \cos(\pi/6) \cdot \vec{j} = \\ &= -\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \vec{j} = -\frac{\pi}{4} \cdot \vec{i} + \frac{\sqrt{3}\pi}{4} \cdot \vec{j}. \end{aligned}$$

4. Вектор ускорения

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\pi}{2} \cos(\pi t / 6) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \vec{i} - \frac{\pi}{2} \sin(\pi t / 6) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \vec{j} = \\ &= -\frac{\pi^2}{12} \cos(\pi t / 6) \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{12} \sin(\pi t / 6) \cdot \vec{j} \quad (m/c).\end{aligned}$$

Тогда в момент времени $\tau = 1$ с:

$$\begin{aligned}\vec{a}(1) &= -\frac{\pi^2}{12} \cos(\pi / 6) \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{12} \sin(\pi / 6) \cdot \vec{j} = \\ &= -\frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot \vec{j} = -\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24} \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{24} \cdot \vec{j} \quad (m/c^2).\end{aligned}$$

5. Вектор силы в соответствии со 2-ым законом Ньютона:

$$\vec{F}(1) = m \cdot \vec{a}(1) = 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24} \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{24} \cdot \vec{j} \right) = -\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24} \cdot \vec{i} - \frac{\pi^2}{24} \cdot \vec{j} \quad (H).$$

Задача 23

При действии постоянной силы 10 Н тело движется прямолинейно в соответствии с уравнением $x = 5 + 2t + 1t^2$, м. Определить массу тела.

Решение:

Прямолинейной равноускоренное движение тела описывается следующим уравнением движения:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

где x_0 – начальная координата тела, v_0 – начальная скорость тела, a – ускорение.

Сравнивая (1) с заданным в условии уравнением имеем:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2} = 5 + 2t + 1t^2, \text{ откуда}$$

$$\frac{at^2}{2} = 1t^2 \Rightarrow a = 2 \text{ м/с}^2.$$

В соответствии со 2-ым законом Ньютона

$$F = ma, \text{ откуда } m = \frac{F}{a} = \frac{10 \text{ Н}}{2 \text{ м/с}^2} = 5 \text{ кг}.$$

Ответ: 5 кг.

Задача 31

Точка движется в плоскости так, что её координаты изменяются во времени в соответствии с уравнениями: $x=1 + 3t$; $y = 6+4t$, где координаты x, y измеряются в м, время t – в с. Определить вектор скорости.

Решение:

Вектор перемещения \vec{r} :

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} = (1 + 3t) \cdot \vec{i} + (6 + 4t) \cdot \vec{j}.$$

Вектор скорости:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j} \text{ (м/с)}.$$

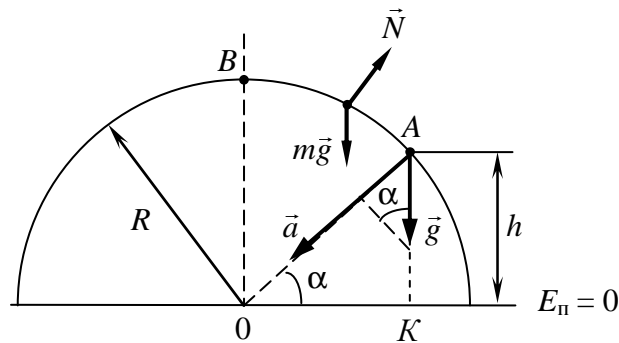
Ответ: $\vec{v}(t) = 3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j} \text{ (м/с)}$.

Задача 45

Тело малых размеров находится на вершине гладкой полусферы радиусом 0,6 м. Тело начинает скользить с поверхности. На какой высоте тело оторвется от поверхности?

Решение:

Рассматриваемая в задаче система изображена на рисунке.



На нем точкой “В” обозначено исходное положение тела на полусфере, точкой “А” положение тела в момент отрыва от нее. Будем считать, что нулевой уровень потенциальной энергии $E_{\text{п}}$ располагается на горизонтальной поверхности, на которой лежит полусфера. По условию задачи трение в системе отсутствует, внешние силы в ней не действуют, поэтому закон сохранения механической энергии в этом случае имеет вид:

$$E_B = E_A.$$

В точке “В” тело находилось в состоянии покоя. Находясь на высоте R по отношению к нулевому уровню потенциальной энергией, оно обладало только этим видом энергии:

$$E_B = mgR.$$

В точке отрыва тела от полусферы тело движется, то есть обладает кинетической энергией, и вместе с тем находится на некоторой высоте h над горизонталью, а значит, его потенциальная энергия отлична от нуля. Таким образом,

$$E_A = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

По закону сохранения механической энергии имеем:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

Сократив массу, получаем:

$$gR = \frac{v^2}{2} + gh.$$

В полученном соотношении две неизвестные величины: v и искомая высота h . Для определения скорости v рассмотрим силы, действующие на тело в точке “А”. При движении от начальной точки до точки “А” тело массы m находится под воздействием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы реакции опоры \vec{N} . В точке отрыва “А” реакция опоры пропадает, поэтому основное уравнение динамики в ней имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{g}.$$

Движение тела в момент отрыва происходит еще по дуге окружности радиуса R . Поэтому центростремительное ускорение в этот момент равно $\frac{v^2}{R}$. Так как полное ускорение $\vec{a} = \vec{g}$, центростремительное ускорение равно проекции вектора \vec{g} на радиальное направление (см. рисунок). Следовательно,

$$\frac{v^2}{R} = g \cdot \sin \alpha.$$

В треугольнике ОАК, в котором R – гипотенуза, а h – катет, имеется такой же введенный в рассмотрение угол α и

$$\sin \alpha = \frac{h}{R}.$$

Тогда получается:

$$\frac{v^2}{R} = g \frac{h}{R}.$$

Отсюда

$$v^2 = gh.$$

Подставив полученное выражение в закон сохранения энергии, имеем:

$$gR = \frac{gh}{2} + gh.$$

Сократив g , получаем:

$$h = \frac{2}{3}R.$$

Подставляем значения:

$$h = \frac{2}{3} \cdot 0.6 = 0.4 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 0.4 \text{ м}$.

Задача 57

В закрытом сосуде объёмом 2 л находится гелий, плотность которого равна $\rho = 2 \text{ кг/м}^3$. Какое количества тепла необходимо сообщить гелию, чтобы увеличить его температуру на 10 К?

Решение:

Так как сосуд закрыт, то объём не меняется, то есть процесс – изохорный $V = const$. В изохорном процессе газ не совершает работу (и внешние силы также не совершают работу), а всё количество теплоты идет на изменение внутренней энергии газа, то есть:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T,$$

где $m = \rho V$ – масса гелия, $M = 0.004 \text{ кг/моль}$ – молярная масса гелия, $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная, $\Delta T = 10 \text{ К}$ – изменение температуры газа, $i = 3$ – число степеней свободы одноатомного газа (He – газ одноатомный).

В результате

$$Q = \frac{i}{2} \cdot \frac{\rho V}{M} R \Delta T = \frac{3}{2} \cdot \frac{2 \text{ кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{0.004 \text{ кг/моль}} \cdot 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 10 \text{ К} \approx 125 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q \approx 125 \text{ Дж}$.

Задача 69

Оцените, какая энергия W была поглощена 200-граммовой порцией кофе в микроволновой печи, если напиток нагрелся от температуры $T_0 = 25$ °С до температуры кипения $T_1 = 100$ °С, и при кипении масса $m = 10$ г кофе испарилась. Теплообменом со стенками чашки пренебречь. Удельную теплоемкость приготавливаемого напитка принять равной $c = 4.2$ кДж/(кг К), удельная теплота парообразования $r = 2.3$ МДж/кг.

Решение:

Количество теплоты, поглощенное порцией кофе, складывается из количества теплоты, поглощенным кофе при нагревании до температуры кипения $Q_1 = cm_1\Delta T$, и теплоты, поглощенной при испарении части кофе $Q_2 = rm_2$, то есть

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 = cm_1\Delta T + rm_2 = \\ &= 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0.2 \text{ кг} \cdot (100 - 25) \text{ К} + 2.3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0.01 \text{ кг} = 86 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

Ответ: $Q = 86$ кДж.

Задача 76

В капиллярной трубке жидкость поднимается на высоту $h = 1$ см. Определить в мм радиус трубки r , если плотность жидкости равна $\rho = 800$ кг/м³, а коэффициент поверхностного натяжения составляет $\sigma = 0,024$ Н/м.

Решение:

Высота поднятия жидкости в капиллярах определяется формулой Жюрена:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}, \text{ откуда } r = \frac{2\sigma}{\rho g h},$$

где ρ – плотность жидкости, h – высота ее поднятия в трубочке, g – ускорение силы тяжести, σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, r – радиус трубки.

Подставляем значения:

$$r = \frac{2 \cdot 0.024 \text{ Н / м}}{800 \text{ кг / м}^3 \cdot 10 \text{ м / с}^2 \cdot 0.01 \text{ м}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0.6 \text{ мм}.$$

Ответ: $r = 0.6$ мм.

Задача 87

Идеальная тепловая машина совершает за один цикл работу $A = 100$ Дж. Какое количество тепла получено от нагревателя, если КПД машины $\eta = 0,2$?

Решение:

КПД замкнутого цикла равен отношению полезной работы, совершенной машиной за цикл, к полученному от нагревателя количеству тепла, то есть:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{100 \text{ Дж}}{0.2} = 500 \text{ Дж.}$$

Ответ: $Q_1 = 500$ Дж.

Задача 91

Из пушки произвели выстрел ядром в вертикальном направлении. В момент, когда ядро достигло наивысшей точки своей траектории, из ствола той же пушки выпустили ракету, которая полетела вертикально вверх с постоянной скоростью $v=75$ м/с. Определить, с какой начальной скоростью v было выпущено ядро, если до встречи с ним в воздухе ракета летела $t = 5$ с. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Определим расстояние, которое пролетела ракета до встречи с ядром (движение равномерное):

$$h_p = v\tau = 75 \text{ м/с} \cdot 5 = 375 \text{ м}.$$

За это же время ядро падало из верхней точки траектории (движение равноускоренное, с ускорением свободного падения, без начальной скорости). Найдем путь, который проделало ядро:

$$h_я = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 5^2}{2} = 125 \text{ м}.$$

В результате высота, на которую поднялось ядро, равна:

$$h = h_p + h_я = 375 \text{ м} + 125 \text{ м} = 500 \text{ м}.$$

Запишем уравнение движения ядра до высоты h , откуда определим начальную скорость ядра:

$$h = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \quad (\text{так как } v = 0 \text{ в верхней точке траектории}).$$

В результате

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 500} = 100 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_0 = 100$ м/с.

