

Контрольная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Теория систем и системный анализ

Контрольная работа

Оглавление

Задание 1. Моделирование задач исследования операций.....	2
Задание 2. Решение задач линейного программирования общего вида.....	3
Задание 3. Решение транспортной задачи линейного программирования. ..	8

Задание 1. Моделирование задач исследования операций

Для приготовления комбикорма совхоз может закупить зерно трех сортов, отличающихся друг от друга содержанием питательных компонентов. Для обеспечения нормального питания скота в течение планируемого периода комбикорм должен содержать не менее B_j единиц питательного компонента j типа ($j=1, n$).

Одна тонна зерна i -го сорта стоит R_i рублей и содержит a_{ij} долей питательного компонента j -го типа. Складские помещения позволяют хранить не более A тонн зерна. Определить какое минимальное количество средств должен вложить колхоз в закупку зерна, чтобы обеспечить заданную питательность комбикорма с учетом емкости складских помещений. Сколько зерна каждого сорта необходимо закупить?

Решение.

Вводим переменные:

x_1 – количество зерна 1 сорта,

x_2 – количество зерна 2 сорта.

x_3 – количество зерна 3 сорта.

Целевая минимизируемая функция $R_1x_1 + R_2x_2 + R_3x_3$, стоимость зерна.

Ограничения по питательности:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq B_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \geq B_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 \geq B_n \end{cases}$$

Ограничение по вместительности:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq A$$

Получаем задачу:

$$R_1x_1 + R_2x_2 + R_3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq B_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \geq B_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 \geq B_n \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq A \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 > 0$$

Задание 2. Решение задач линейного программирования общего вида.

В данном задании необходимо решить исходную задачу ЛП графическим способом, затем от исходной ЗЛП перейти к двойственной, решить ее симплекс-методом и по решению двойственной задачи найти решение исходной.

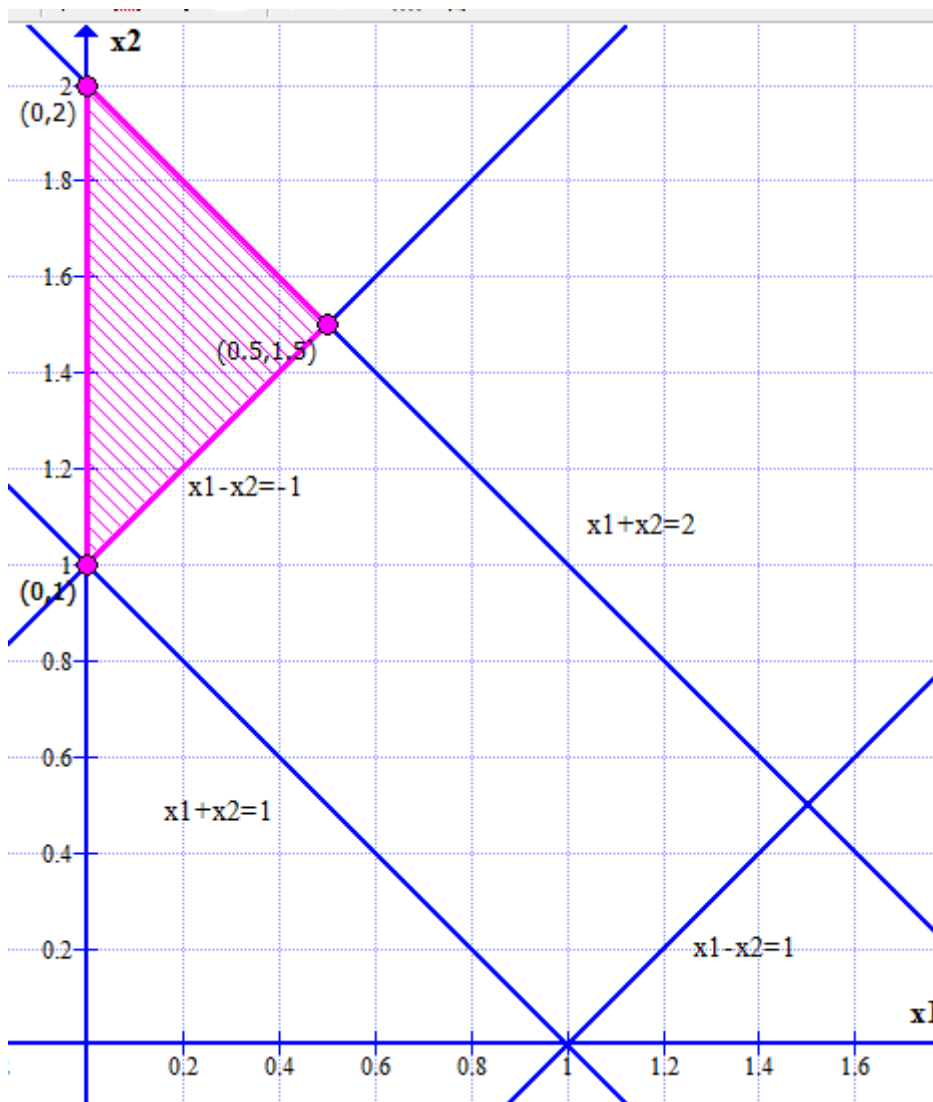
$$-x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Решение.

Решаем задачу графическим способом.

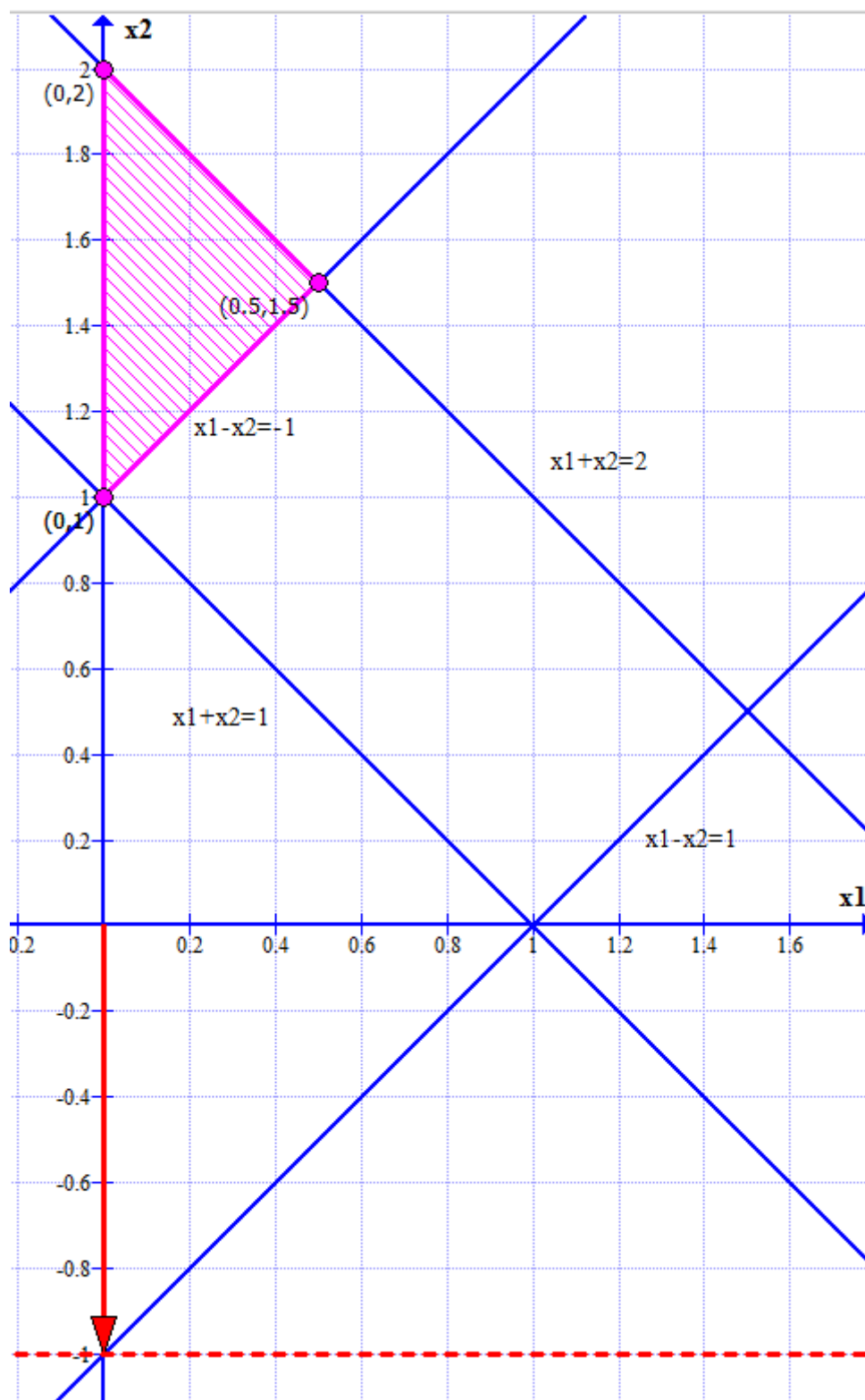
Строим линии ограничений, и находим область допустимых значений.



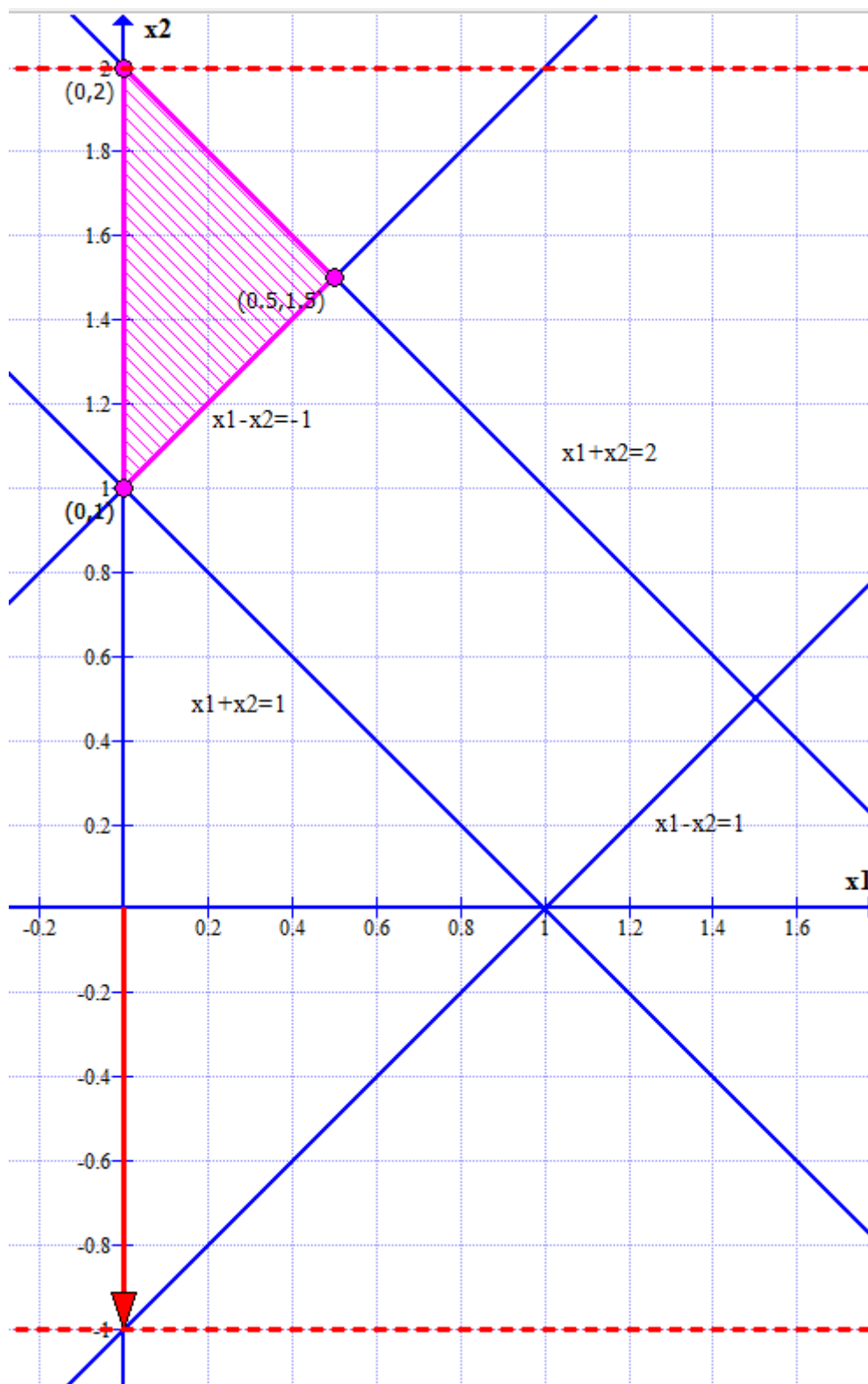
Область допустимых значений – 3-угольник, ограниченный точками $(0;1)$ – $(0;2)$ – $(0,5;1,5)$.

Далее строим направляющий вектор из начала координат в точку $(0;-1)$

Проводим перпендикулярно ему прямую целевой функции.



Сдвигаем прямую параллельно до крайнего касания ОДЗ.



Такое касание будет в точке $(0;2)$.
В точке $(0;2)$ – минимум.
Значение функции в точке $0 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = -2$.

Составляем двойственную задачу:

$$\begin{array}{l}
 -x_2 \rightarrow \min \\
 \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 -x_2 \rightarrow \min \\
 \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 - x_2 \geq -2 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 y_1 - 2y_2 - y_3 + y_4 \rightarrow \max \\
 \begin{cases} y_1 - y_2 - y_3 - y_4 \leq 0 \\ y_1 - y_2 + y_3 + y_4 \leq -1 \\ y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0 \end{cases}
 \end{array}$$

Решаем двойственную задачу симплекс методом.

Итерация	Базис	Значение	y1	y2	y3	y4	y5	y6	
0	-Z	0	-1	2	1	-1	0	0	0
	y5	0	1	-1	-1	-1	1	0	0
	y6	-1	1	-1	1	1	0	1	1
Итерация	Базис	Значение	y1	y2	y3	y4	y5	y6	
1	-Z	-2	1	0	3	1	0	2	
	y5	1	0	0	-2	-2	1	-1	
	y2	1	-1	1	-1	-1	0	-1	

Получаем решение двойственной задачи:

$$\begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = 0 \\ y_4 = 0 \end{cases} \\
 Z = -2$$

Из последней симплекс таблицы находим решение исходной задачи:

Итерация	Базис	Значение	y1	y2	y3	y4	y5	y6
1	-Z	-2	1	0	3	1	0	2
	y5	1	0	0	-2	-2	1	-1
	y2	1	-1	1	-1	-1	0	-1

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \\
 F = -2$$

Задание 3. Решение транспортной задачи линейного программирования.

В данном задании необходимо найти решение транспортной задачи по критерию стоимости методом потенциалов.

26	30	17	10	16	4
30	37	26	9	23	6
13	4	32	3	1	10
3	1	5	14	24	10
7	7	7	7	2	

Решение.

Составляем распределительную таблицу.

В заголовках строк и столбцов стоят сначала объемы спроса и предложения, затем (вторым числом) будут стоять потенциалы.

В ячейках стоят:

справа сверху – стоимость перевозки

справа внизу – объем перевозки

слева сверху – потенциал клетки

Справа от таблицы стоят остатки предложения поставщиков, снизу от таблицы – остатки спроса потребителей.

В правом нижнем углу – суммарная стоимость перевозки.

a\q	7	7	7	7	2		
4	26	30	17	10	16		4
6	30	37	26	9	23		6
10	13	4	32	3	1		10
10	3	1	5	14	24		10
	7	7	7	7	2	Ст	0

Находим начальный план методом наименьшей стоимости.

Выбираем перевозку с наименьшей стоимостью (1) и перевозим минимум из спроса по столбцу и предложения по строке $\min(7;10)=7$.

a\q	7	7	7	7	2		
4	26	30	17	10	16		
6	30	37	26	9	23		4
10	13	4	32	3	1		6
10	3	1	5	14	24		10
		7					3
	7	0	7	7	2	Ст	7

Далее двигаемся аналогично, выбирая наименьшие стоимости.

a\q	7	7	7	7	2		
4	26	30	17	10	16		
6	30	37	26	9	23		0
10	13	4	32	3	1		0
10	3	1	5	14	24		0
		3	7				0
	0	0	0	0	0	Ст	288

Стоимость данного плана = 288.

Далее производим оценку эффективности плана по методу наименьшей стоимости расчетом потенциалов.

Потенциал 1 строки = 0.

a\q	7	7	7	7	2
4	26	30	17	10	16
0			4		
6	30	37	26	9	23
	3		3		
10	13	4	32	3	1
	1			7	2
10	3	1	5	14	24
	3	7			

Ищем в 1 строке перевозки (в 3 столбце), и рассчитываем потенциалы соответствующих столбцов (стоимость перевозки – потенциал строки):
 потенциал 3 столбца = $17-0=17$

Контрольная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

a\q	7	7	7	17	7	2				
4		26		30		17		10		16
0						4				
6		30		37		26		9		23
		3				3				
10		13		4		32		3		1
		1						7		2
10		3		1		5		14		24
		3		7						

Аналогично определяем потенциалы прочих строк и столбцов, следуя правилу – двигаемся по ячейкам с перевозками и (потенциал строки + потенциал столбца = стоимость перевозки).

a\q	7	21	7	19	7	17	7	11	2	9
4		26		30		17		10		16
0						4				
6		30		37		26		9		23
9		3				3				
10		13		4		32		3		1
-8		1						7		2
10		3		1		5		14		24
-18		3		7						

Далее рассчитываем потенциалы ячеек (потенциал строки + потенциал столбца - стоимость перевозки, потенциал занятой ячейки = 0).

a\q	7	21	7	19	7	17	7	11	2	9	
4		-5	26	-11	30	0	17	1	10	-7	16
0						4					
6		0	30	-9	37	0	26	11	9	-5	23
9		3				3					
10		0	13	7	4	-23	32	0	3	0	1
-8		1						7		2	
10		0	3	0	1	-6	5	-21	14	-33	24
-18		3		7							

Как видим, у ячеек (1,4), (2,4), (3,2) потенциал больше 0, значит, там обязательно нужна перевозка.

Перераспределяем.

Ставим «+» куда перераспределяем перевозку, «-» - откуда перераспределяем.

a\q	7	21	7	19	7	17	7	11	2	9
4	-5	26	-11	30	0	17	1	10	-7	16
0						4				
6	0	30	-9	37	0	26	11	9	-5	23
9	-	3				3	+			
10	0	13	7	4	-23	32	0	3	0	1
-8		1	+				-	7		2
10	0	3	0	1	-6	5	-21	14	-33	24
-18	+	3	-	7						

Перераспределяем минимальное значение из ячеек с «+» и «-» - это 3.

Пересчитываем потенциалы.

a\q	7	3	7	1	7	17	7	0	2	-2		
4	-23	26	-29	30	0	17	-10	10	-18	16		
0						4						0
6	-18	30	-27	37	0	26	0	9	-16	23		
9						3		3				0
10	-7	13	0	4	-12	32	0	3	0	1		
3		1		3				4		2		0
10	0	3	0	1	12	5	-14	14	-26	24		
0		6		4								0
	0		0		0		0		0		Ст	234

План не оптимален, перераспределяем еще.

a\q	7	15	7	6	7	17	7	5	2	3		
4	-11	26	-24	30	0	17	-5	10	-13	16		
0						4						0
6	-11	30	-27	37	-5	26	0	9	-16	23		
4								6				0
10	0	13	0	4	-17	32	0	3	0	1		
-2		0		7				1		2		0
10	0	3	-7	1	0	5	-21	14	-33	24		
-12		7				3						0
	0		0		0		0		0		Ст	191

План оптимален, так как потенциалы всех ячеек не положительны.

Минимальная стоимость перевозки = 191.