

Решение контрольной работы

ЗАДАНИЕ 1.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА.

На предприятии «Старт» организуется побочный цех для использования оставшихся от основного производства материалов.

Цех может освоить выпуск продукции двух видов: дверей и стульев. Эти виды продукции могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), но количество рабочего времени, а также ресурсы основных материалов ограничены пределами, заданы в таблице.

Запланировать цеху ежемесячный план выпуска продукции, обеспечив при этом получение наибольшей прибыли.

Виды продукции	Нормы затрат на единицу продукции			Прибыль на единицу продукции, руб.
	Рабочее время, чел. ч	Древесина, м ³	Стекло, м ²	
Стулья	4,6	0,015	–	30
Двери	2	0,03	1	20
Имеющийся объем ресурсов	260	12	20	–

Решение.

Обозначим:

x_1 – количество изготовленных стульев;

x_2 – количество изготовленных дверей.

Целевая функция – прибыль предприятия. Она должна принимать максимальное значение

$$F = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$$

при условии

$$x_1, x_2 \geq 0;$$

x_1, x_2 – целые

и следующих ограничениях:

Ограничения по трудовым ресурсам:

$$4,6x_1 + 2x_2 \leq 260$$

Ограничения по материальным ресурсам:

$$0,015x_1 + 0,03x_2 \leq 12 \text{ – расход древесины}$$

$$x_2 \leq 20 \text{ – расход стекла}$$

Таким образом, имеем следующую задачу целочисленного линейного программирования:

$$F = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4,6x_1 + 2x_2 \leq 260 \\ 0,015x_1 + 0,03x_2 \leq 12 \\ x_2 \leq 20 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0;$$

$$x_1, x_2 - \text{целые}$$

Решение задачи графическим методом.

Строим в 1-ой координатной четверти прямые:

(1) $4,6x_1 + 2x_2 = 260$

(2) $0,015x_1 + 0,03x_2 = 12$

(3) $x_2 = 20$

Получаем четырёхугольник АВОС допустимых значений. Прямая (2) проходит гораздо выше четырёхугольника АВОС и на область допустимых решений не влияет, поэтому на чертеже она не изображена.

Строим вектор \vec{F} с координатами (30;20), равными коэффициентам целевой функции.

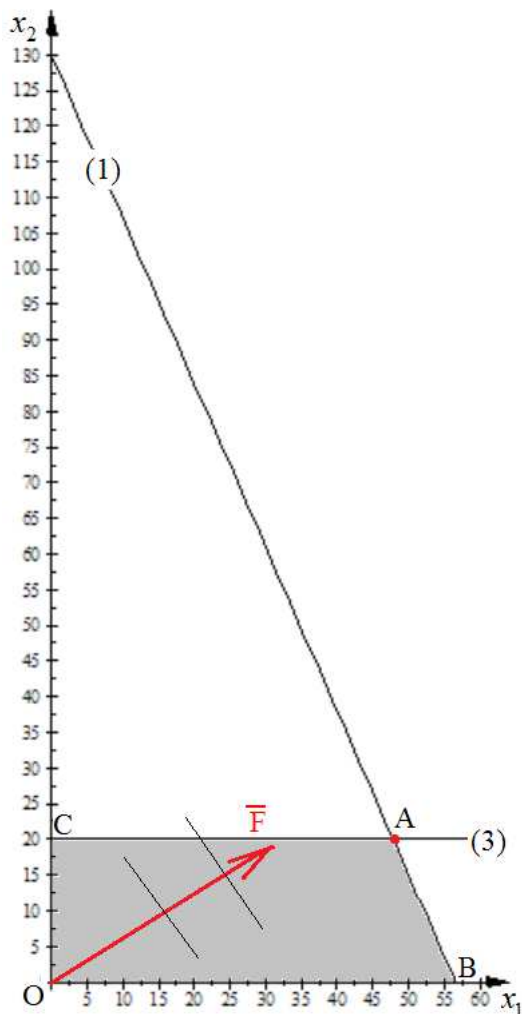
Двигаем прямую, перпендикулярную вектору \vec{F} . Последняя вершина, в которой прямая пересекает область ограничений, – это точка А, которая является точкой пересечения прямых (1) и (3).

Находим координаты точки А, подставляя значение $x_2 = 20$ в 1-е уравнение:

$$4,6x_1 + 2 \cdot 20 = 260;$$

$$4,6x_1 = 260 - 40;$$

$$x_1 = \frac{220}{4,6} \approx 47,8.$$



Координаты точки A получились нецелыми. Чтобы не выйти из области допустимых значений возьмём ближайшие целые, которые не превышают полученные значения: $x_1 = 47$; $x_2 = 20$.

По графику видно, что эта точка с целыми координатами дальше по направлению возрастания целевой функции, чем ближайшая к ней вершина четырёхугольника точка B. Следовательно, значения $x_1 = 47$; $x_2 = 20$ будут давать максимум целевой функции.

Значение целевой функции при этих значениях равно

$$F(47, 20) = 30 \cdot 47 + 20 \cdot 20 = 1810.$$

Следовательно, оптимальный план $X^*(47, 20)$. Это означает, что предприятие должно выпускать 47 стульев и 20 дверей. При этом прибыль будет максимальной: $F_{\max} = 1810$.

**ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ
МЕЖДУ ФИЛИАЛАМИ ПРЕДПРИЯТИЯ**

Предприятие планирует открыть филиалы в Михайловке, Урюпинске и Котельниково, для чего выделяются средства в размере 5 млн. руб.

По расчетам экономистов, каждый филиал при инвестировании в него x млн. руб. приносит прибыль $\varphi_i(x)$ млн. руб. Эти данные приведены в таблице.

Необходимо выбрать оптимальное распределение выделенных средств между филиалами, обеспечивающее максимальную прибыльность всего проекта.

Вложенные средства, x млн руб.	Филиал		
	Михайловка	Урюпинск	Котельниково
	$\varphi_1(x)$	$\varphi_2(x)$	$\varphi_3(x)$
1	0,50	0,40	0,20
2	0,60	0,45	0,40
3	0,80	0,55	0,50
4	0,90	0,60	0,70
5	1,00	0,65	0,90

Решение.

Обозначим филиалы в Михайловке, Урюпинске и Котельниково предприятиями № 1, 2 и 3, соответственно.

Обозначим x_k количество средств, выделенных k -тому предприятию.

Начинаем рассматривать распределение средств с последнего, 3-го предприятия.

Для нахождения решения составляем таблицу, где обозначим:

k – номер предприятия, $k = 1, 2, 3$;

x_k – средства, отданные k –тому предприятию;

s_k – средства, оставшиеся после k -того шага, т.е. после распределения средств между предприятиями 3, ..., k ;

$f_k(x_k)$ – прибыль, полученная от вложения в k –тое предприятие средств x_k ;

$Z_k^*(s_{k-1})$ – условная оптимальная прибыль, полученная на k -том шаге после распределения средств, оставшихся после предыдущих шагов.

$x_k^*(s_{k-1})$ – распределённые на k -том шаге средства, при которых прибыль $Z_k^*(s_{k-1})$ получается максимальной.

s_{k-1}	x_k – средства, выделен- ные k -му пр-тию	s_k	$k = 2$			$k = 1$		
			$f_2(x_2) + Z_3^*(s_2)$	$Z_2^*(s_1)$	$x_2^*(s_1)$	$f_1(x_1) + Z_2^*(s_1)$	$Z_1^*(s_0)$	$x_1^*(s_0)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0,00+0,20=0,20	0,40	1	0,00+0,40=0,40	0,50	1
	1	0	0,40+0,00=0,40			0,50+0,00=0,50		
2	0	2	0,00+0,40=0,40	0,60	1	0,00+0,60=0,60	0,90	1
	1	1	0,40+0,20=0,60			0,50+0,40=0,90		
	2	0	0,45+0,00=0,45			0,60+0,00=0,60		
3	0	3	0,00+0,50=0,50	0,80	1	0,00+0,80=0,80	1,10	1
	1	2	0,40+0,40=0,80			0,50+0,60=1,10		
	2	1	0,45+0,20=0,65			0,60+0,40=1,00		
	3	0	0,55+0,00=0,55			0,80+0,00=0,80		
4	0	4	0,00+0,70=0,70	0,90	1	0,00+0,90=0,90	1,30	1
	1	3	0,40+0,50=0,90			0,50+0,80=1,30		
	2	2	0,45+0,40=0,85			0,60+0,60=1,20		
	3	1	0,55+0,20=0,75			0,80+0,40=1,20		
	4	0	0,60+0,00=0,60			0,90+0,00=0,90		
5	0	5	0,00+0,90=0,90	1,10	1	0,00+1,10=1,10	1,40	1
	1	4	0,40+0,70=1,10			0,50+0,90=1,40		
	2	3	0,45+0,50=0,95			0,60+0,80=1,40		
	3	2	0,55+0,40=0,95			0,80+0,60=1,40		
	4	1	0,60+0,20=0,80			0,90+0,40=1,30		
	5	0	0,65+0,00=0,65			1,00+0,00=1,00		

Максимальное значение прибыли равно 1,40 млн. руб.

Эту прибыль можно получить при трёх различных распределениях данных ресурсов между предприятиями, которые выделены в таблице:

Вариант 1.

1-му филиалу в Михайловке и 2-му филиалу в Урюпинске выделить по 1 млн. руб., а 3-му филиалу в Котельниково выделить 3 млн. руб.

В этом случае прибыль складывается следующим образом:

$$0,50+0,40+0,50 = 1,40 \text{ млн. руб.}$$

Вариант 2.

1-му филиалу в Михайловке и 3-му филиалу в Котельниково выделить средства по 2 млн. руб., 2-му филиалу в Урюпинске выделить 1 млн. руб.

Контрольная работа по МОР выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

В этом случае прибыль складывается следующим образом:
 $0,60+0+0,40+0,40 = 1,40$ млн. руб.

Вариант 3.

1-му филиалу в Михайловке выделить средства 3 млн. руб., 2-му филиалу в Урюпинске и 3-му филиалу в Котельниково выделить по 1 млн. руб.

В этом случае прибыль складывается следующим образом:
 $0,80+0+0,40+0,20 = 1,40$ млн. руб.