

## Расчетно-графическая работа

### РГР на тему «Статистический анализ экспериментальных данных»

Дана выборка объем  $n$  генеральной совокупности.

- 1) Построить статистический ряд распределения и многоугольник распределения. Для этого весь диапазон значений случайной величины (СВ)  $[x_{\min}, x_{\max}]$  необходимо разбить на  $l$  интервалов.
- 2) Построить гистограмму статистического ряда распределения.
- 3) Вычислить статистическую функцию распределения  $F^*(x)$  и построить ее график.
- 4) Вычислить числовые характеристики данной выборки: выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднеквадратическое отклонение  $(m_x^*, D^*, \sigma^*)$ .
- 5) Найти доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0,9$ .
- 6) Проверить гипотезу о распределении генеральной совокупности по нормальному закону с применением критерия согласия Пирсона  $\chi^2$ .
- 7) Сделать выводы на основании полученных результатов.

Данные:

Вариант N32									
714.28	704.78	730.72	734.29	737.79	722.62	693.01	765.77	757.03	726.41
719.85	687.99	691.45	740.56	687.74	724.19	726.37	674.54	760.45	715.94
734.38	711.15	759.54	745.18	680.31	688.75	735.52	721.67	728.87	735.98
772.64	706.19	721.85	707.85	705.70	727.66	713.88	709.84	751.61	704.96
678.01	739.79	764.21	730.66	759.00	687.83	727.47	715.16	722.85	675.48

Решение.

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>  
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:  
[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)  
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Построим статистический ряд распределения и многоугольник распределения.

Ранжируем данные по величине и найдем размах выборки.

Получаем  $x_{\min} = 674,54$ ,  $x_{\max} = 772,64$ , размах выборки  $R = 772,64 - 674,54 = 98,1$ .

Преобразуем точечный вариационный ряд в интервальный с числом интервалов, равным  $l = 1 + \log_2 n = 1 + \log_2 50 \approx 6,6 = 7$ .

Длина интервала равна  $h = \frac{R}{7} = \frac{98,1}{7} \approx 14,01$ . Чтобы избежать вычислений с большим числом знаков после запятой, округлим длину интервала до 14,1, тогда общий размах равен  $7 \cdot 14,1 = 98,7$ . Сдвинем начало первого и конец последнего интервала на  $(98,7 - 98,1) / 2 = 0,3$ , чтобы использовать лишние 0,6 единиц.

Построим интервальный вариационный ряд, подсчитывая число значений, попавший в каждый интервал.

начало	конец	$n_i$
674,24	688,34	7
688,34	702,44	3
702,44	716,54	11
716,54	730,64	11
730,64	744,74	9
744,74	758,84	3

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

758,84	772,94	6
--------	--------	---

Построим полигон и гистограмму. Для этого вычислим относительные частоты  $w_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{50}$ ,

плотности относительных частот  $f_i = \frac{w_i}{h} = \frac{w_i}{14,1}$ . Также вычислим середины интервалов.

Получаем таблицу:

начало	конец	$x_i$	$n_i$	$w_i$	$f_i$
674,24	688,34	681,29	7	0,14	0,0099
688,34	702,44	695,39	3	0,06	0,0043
702,44	716,54	709,49	11	0,22	0,0156
716,54	730,64	723,59	11	0,22	0,0156
730,64	744,74	737,69	9	0,18	0,0128
744,74	758,84	751,79	3	0,06	0,0043
758,84	772,94	765,89	6	0,12	0,0085

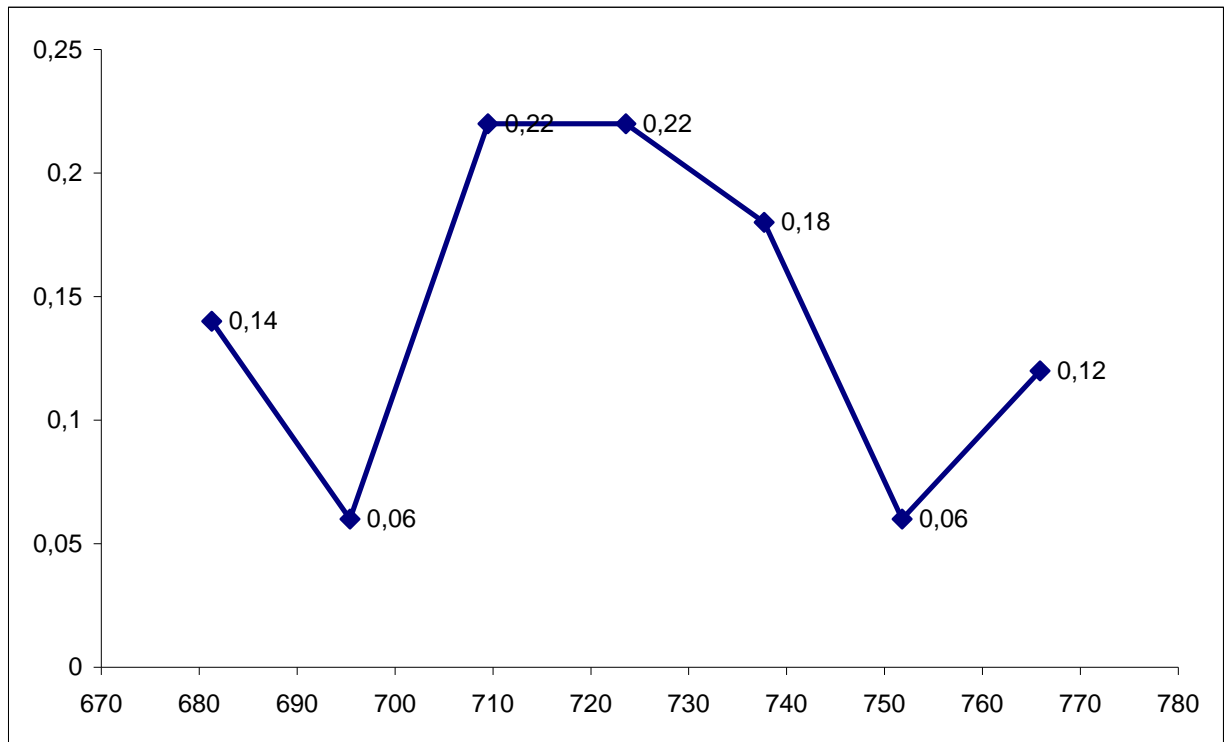
Полигон относительных частот:

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию



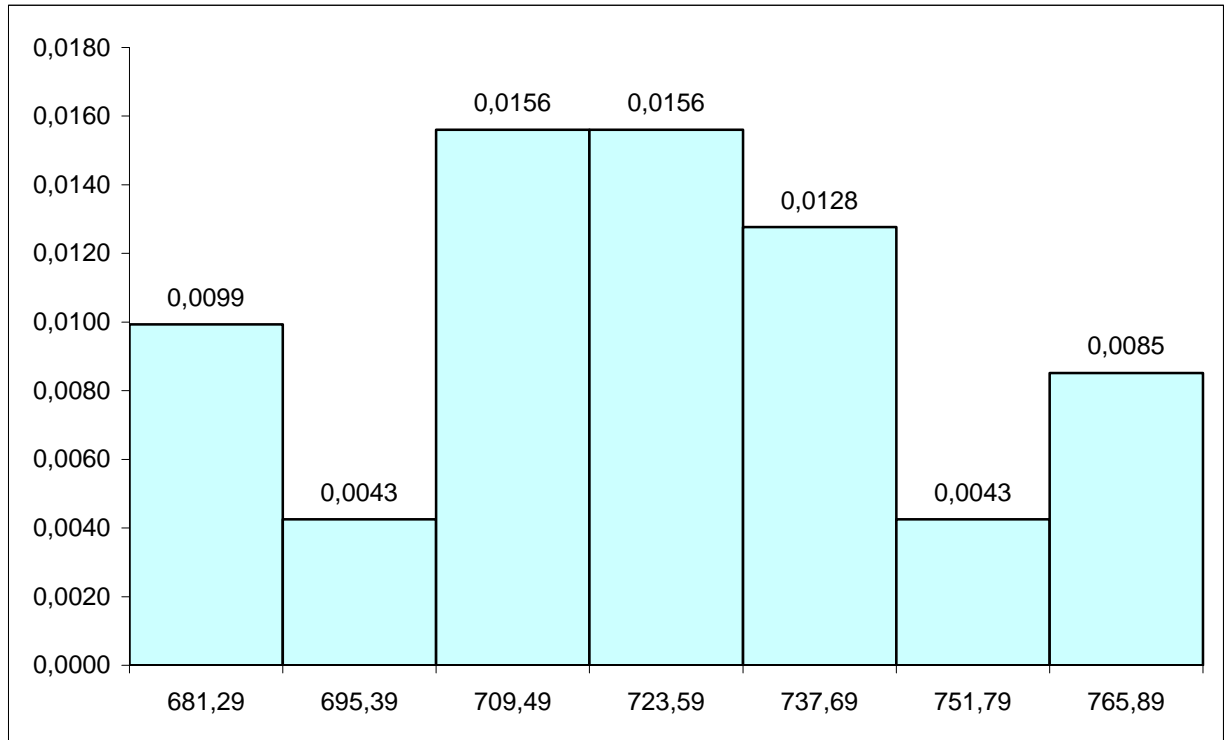
Гистограмма:

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию



Вычислим статистическую функцию распределения  $F^*(x)$  и построим ее график.

$F^*(x) = P^*(X < x)$ . Внесем значения функции в таблицу:

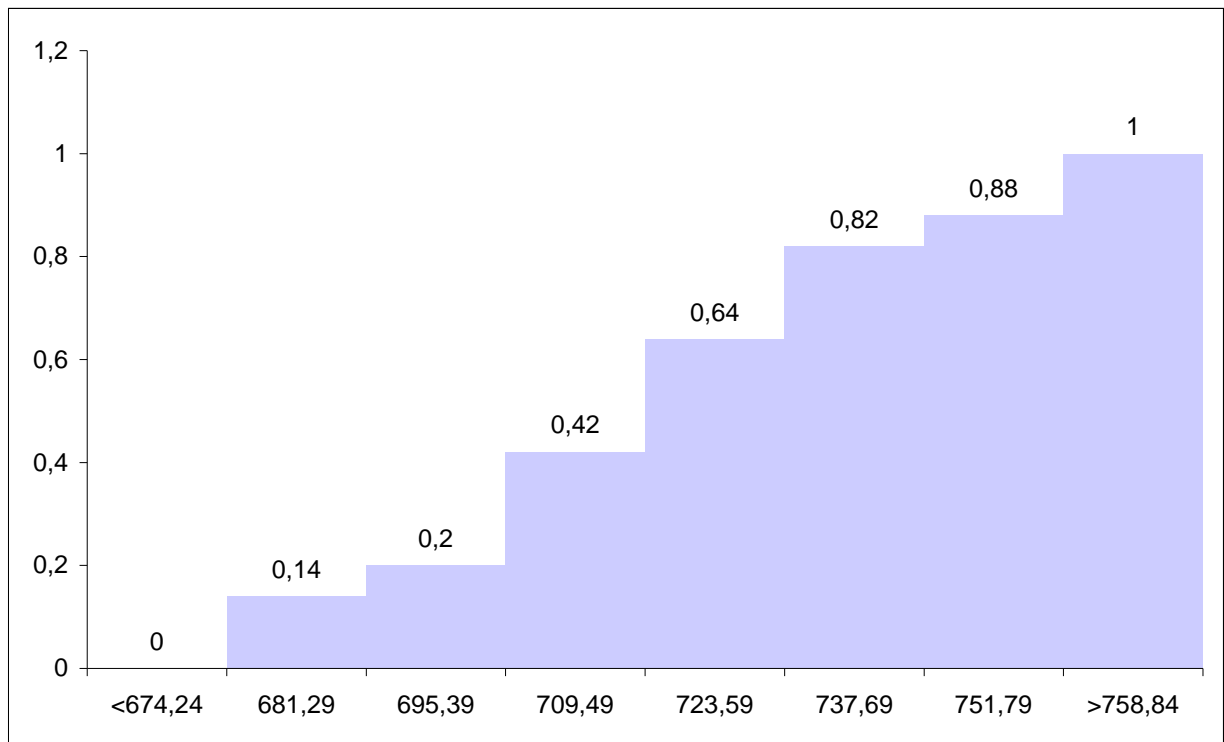
$x$ от	$x$ до	$F^*(x)$
$-\infty$	674,24	0
674,24	688,34	0,14
688,34	702,44	0,2

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>  
 Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:  
[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

702,44	716,54	0,42
716,54	730,64	0,64
730,64	744,74	0,82
744,74	758,84	0,88
758,84	$+\infty$	1

Строим график (область под графиком закрашена).



Вычислим числовые характеристики данной выборки: выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднеквадратическое отклонение ( $m_x^*$ ,  $D^*$ ,  $\sigma^*$ ).

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$\text{Выборочное среднее } m_x^* = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{50} 36109 = 722,18.$$

$$\text{Выборочная дисперсия } D^* = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{50} 31909,01 = 638,18$$

$$\text{Выборочное среднее квадратическое отклонение } \sigma^* = \sqrt{D^*} = 25,262$$

Расчетная таблица:

$x_i$	$n_i$	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
681,29	7	4769,03	11703,94
695,39	3	2086,17	2153,112
709,49	11	7804,39	1771,397
723,59	11	7959,49	21,8691
737,69	9	6639,21	2165,041
751,79	3	2255,37	2630,256
765,89	6	4595,34	11463,38
<b>Сумма</b>	<b>50</b>	<b>36109</b>	<b>31909,01</b>

Найдем доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с доверительной вероятностью  $p = 0,9$ .

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Найдем доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности доверительной вероятностью  $p = 0,9$ .

Используем формулу:

$$m_x^* - t \frac{\sigma^*}{\sqrt{n}} < m_x < m_x^* + t \frac{\sigma^*}{\sqrt{n}}, \quad \text{где } t \text{ определяется по доверительной вероятности}$$
$$t_{\gamma}(0,90; 50-1) = 1,677.$$

Подставляем

$$722,18 - 1,677 \frac{25,262}{\sqrt{50}} < m_x < 722,18 + 1,677 \frac{25,262}{\sqrt{50}},$$
$$716,189 < m_x < 728,171.$$

Найдем доверительный интервал для неизвестной дисперсии  $D_x$  с доверительной вероятностью  $p = 0,9$  по формуле:

$$\frac{(n-1)D^*}{\chi_{\frac{1-p}{2}, n-1}^2} < D_x < \frac{(n-1)D^*}{\chi_{\frac{1+p}{2}, n-1}^2}$$

Находим значения из таблицы распределения  $\chi^2$ :

$$\chi_{\frac{1-p}{2}, n-1}^2 = \chi^2(0,05; 49) \approx 66,304, \quad \chi_{\frac{1+p}{2}, n-1}^2 = \chi^2(0,95; 49) \approx 33,91.$$

Получаем:

$$\frac{49 \cdot 638,18}{66,304} < D_x < \frac{49 \cdot 638,18}{33,91},$$
$$471,628 < D_x < 922,171$$



Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>  
 Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:  
[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)  
 ©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Проверим гипотезу о распределении генеральной совокупности по нормальному закону с применением критерия согласия Пирсона  $\chi^2$ .

Пронормируем случайную величину  $X$ , то есть перейдем к величине  $Z = \frac{x - m_x^*}{\sigma^*}$ , вычислим концы интервалов по формулам  $z_i = \frac{x_i - m_x^*}{\sigma^*}$ ,  $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - m_x^*}{\sigma^*}$ . Вычислим теоретические (выравнивающие частоты)  $n_i' = nP_i$ , где  $n = 50$ ,  $P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$  - вероятность попадания в интервал  $(z_i, z_{i+1})$ ,  $\Phi(z)$  - функция Лапласа. Для нахождения значений составим расчетную таблицу (первые два интервала и последние два интервала объединили как малочисленные):

$x_i$	$x_{i+1}$	$n_i$	$z_i$	$z_{i+1}$	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$P_i$	$n_i'$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
674,24	702,44	10	$-\infty$	-0,781	-0,500	-0,283	0,217	10,864	0,069
702,44	716,54	11	-0,781	-0,223	-0,283	-0,088	0,194	9,719	0,169
716,54	730,64	11	-0,223	0,335	-0,088	0,131	0,219	10,974	0,000
730,64	744,74	9	0,335	0,893	0,131	0,314	0,183	9,147	0,002
744,74	772,94	9	0,893	$+\infty$	0,314	0,500	0,186	9,296	0,009
<b>Сумма</b>		<b>50</b>					<b>1,000</b>		<b>0,249</b>

Сравним эмпирические и теоретические частоты, используя критерий Пирсона:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} = 0,249.$$

По таблице критических точек распределения  $\chi^2$  по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = 5 - 3 = 2$ , находим  $\chi^2_{кр.} = 6,0$ . Так как  $\chi^2_{набл.} = 0,249 < \chi^2_{кр.} = 6,0$ , то можно принять гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Расчетно-графическая работа выполнена на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

[https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=rgr](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=rgr)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Сделаем выводы: на основании данной выборки объемом  $n = 50$  можно сделать вывод, что совокупность распределена по нормальному закону распределения с параметрами  $a = 722,18$  и  $\sigma = 25,262$ .