Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Практическая работа по дисциплине «Статистика» (СИ 93)

Из 300 однотипных предприятий региона сделали 10% механическую выборку. Данные о выпуске продукции и валовой прибыли этих предприятий собраны в следующую таблицу:

№ предприятия	Выпуск продукции (млн. руб.)	Валовая прибыль (млн. руб.)	№ предприятия	Выпуск продукции (млн. руб.)	Валовая Прибыль (млн. руб.)
1	65	15,7	16	52	14,6
2	78	18	17	62	14,8
3	41	12,1	18	69	16,1
4	54	13,8	19	85	16,7
5	66	15,5	20	70	15,8
6	80	17,9	21	71	16,4
7	45	12,8	22	64	15
8	57	14,2	23	72	16,5
9	67	15,9	24	88	18,5
10	81	17,6	25	73	16,4
11	92	18,2	26	74	16
12	48	13	27	96	19,1

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

13	59	16,5	28	75	16,3
14	68	16,2	29	101	19,6
15	83	16,7	30	76	17,2

По данным таблицы выполните следующие задания:

Задание 1

Сгруппируйте предприятия по выпуску продукции, образовав 6 групп с равными интервалами.

1) Постройте гистограмму распределения частот. Что можно сказать о симметричности (асимметричности) полученного распределения?
2) Найдите средний выпуск продукции, моду, медиану выпуска продукции на предприятиях региона. Подтвердился ли вывод о симметричности (асимметричности) по вычисленным средним показателям?
3) Рассчитайте дисперсию выпуска продукции и сделайте вывод об однородности совокупности предприятий по выпуску продукции.

Решение:

1) Произведём группировку по выпуску продукции. Определим интервал группировки:

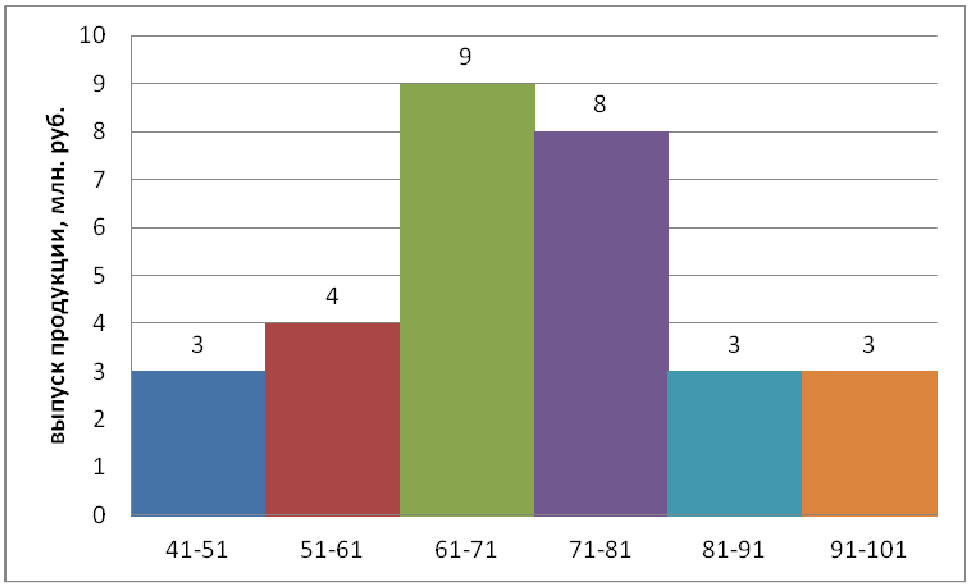
$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{101-41}{6} = 10$$

Группировку представим в таблице:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Выпуск продукции, млн. руб.	Количество предприятий (частота)	Накопленная частота
41-51	3	3
51-61	4	7
61-71	9	16
71-81	8	24
81-91	3	27
91-101	3	30
Итого:	30	-

Построим гистограмму:



Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Можно сделать первоначальный вывод о правосторонней асимметрии.

2) Средний выпуск продукции определим по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$, где

x – варианты (в интервальном ряду – середины интервалов);

f – частоты.

Тогда:

$$\bar{x} = \frac{46 \cdot 3 + 56 \cdot 4 + 66 \cdot 9 + 76 \cdot 8 + 86 \cdot 3 + 96 \cdot 3}{30} = 70{,}3$$ млн. руб.

Мода – это наиболее часто встречающееся значение признака в совокупности. Для нахождения моды в интервальном ряду используется формула:

$$Mo = x_{Mo} + i_{Mo} * \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$, где

x_{Mo} – начало модального интервала;

i_{Mo} – величина модального интервала;

f_{Mo} – частота модального интервала;

f_{Mo-1} – частота предмодального интервала;

f_{Mo+1} – частота постмодального интервала.

Модальным интервалом является 3-й, так как характеризуется максимальной частотой – 10. Тогда:

$$Mo = 61 + 10 * \frac{9-4}{(9-4)+(9-8)} = 69{,}33$$ млн. руб.

Медиана – срединная величина, центральный член упорядоченного ряда совокупности. Для нахождения медианы в интервальном ряду используется формула:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$Me = x_{Me} + i_{Me} * \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$, где

x_{Me} – начало медианного интервала;

i_{Me} – величина медианного интервала;

f_{Me} – частота медианного интервала;

S_{Me-1} – накопленная частота предмедианного интервала.

Определим медианный интервал. Им считается тот, до которого сумма накопленных частот меньше половины всей численности ряда, а с прибавлением его численности – больше половины. Середина накопленных частот –30/2 = 15. Сумма первых двух меньше половины (7), а если прибавить 9 – больше половины численности совокупности (16). Следовательно, медианным является 3-й интервал. Рассчитаем медиану:

$$Me = 61 + 10 * \frac{15-7}{9} = 69{,}89$$ млн. р.

При правосторонней асимметрии должно выполняться равенство $M_o < M_e < \overline{X}$, а при левосторонней $\overline{X} < M_e < M_o$. В данном случае выполняется первое неравенство, а значит, подтверждается гипотеза о правосторонней асимметрии.

3) Определим дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 f}{\sum \mathrm{f}} = \frac{(46-70{,}3)^2 * 3 + (56-70{,}3)^2 * 4 + (66-70{,}3)^2 * 9 + \ldots + (96-70{,}3)^2 * 3}{30} = 191{,}22$$

Определим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{191{,}22} = 13{,}83$$

Определим коэффициент вариации:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$v = \frac{13{,}83}{70{,}33} \cdot 100\% = 19{,}7\%$$

Так как коэффициент вариации меньше 30%, то совокупность однородна, а полученное среднее – надёжно.

Задание 2

Определите долю предприятий региона с большим объемом выпуска продукции (не менее 80 млн. руб.). Каково примерное количество таких предприятий в рассматриваемом регионе? С вероятностью 0,997 определите, в каких пределах будет находиться доля крупных предприятий и число таких предприятий?

Решение:

Определим долю предприятий - w, у которых объём продукции не менее 80 млн. руб. Таких предприятий насчитывается 8. Выборочная доля составит:

W = 8/30 = 0,27

Так как выборка 10%-ная, то примерное количество предприятий в регионе с объёмом продукции не менее 80 млн. руб. составляет 8·10 = 80.

Далее рассчитаем среднюю ошибку выборки при оценивании генеральной доли:

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n-1}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0{,}27(1-0{,}27)}{30-1}(1-0{,}1)} = 0{,}078$$

Найдем предельную ошибку выборки по формуле:

Δ = μ·t, где

t- коэффициент доверия (при вероятности 0,997 составляет 3).

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Тогда:

Δ = 0,078· 3 = 0,235.

Построим доверительный интервал для доли : (w - Δ; w + Δ)

(0,27 - 0,235; 0,27 + 0,235) или (0,035; 0,505)

Тогда количество предприятий в регионе с объёмом продукции не менее 80 млн. руб. будет находиться в пределах от 0,035·300 = 11 до 0,505·300 = 152 с вероятностью 0,997.

Задание 3

Сгруппируйте предприятия по валовой прибыли, образовав 5 групп с равными интервалами.

1) Постройте кривую распределения и определите ее вид.
2) Найдите среднюю величину, моду и медиану валовой прибыли. Проверьте правильность определения вида кривой: при правосторонней асимметрии должно выполняться равенство $I_i < M_e < \overline{X}$, а при левосторонней $\overline{X} < M_e < M_o$.
3) Рассчитайте дисперсию валовой прибыли продукции и сделайте вывод об однородности совокупности предприятий по валовой прибыли.

Решение:

Произведём группировку по прибыли. Определим интервал группировки:

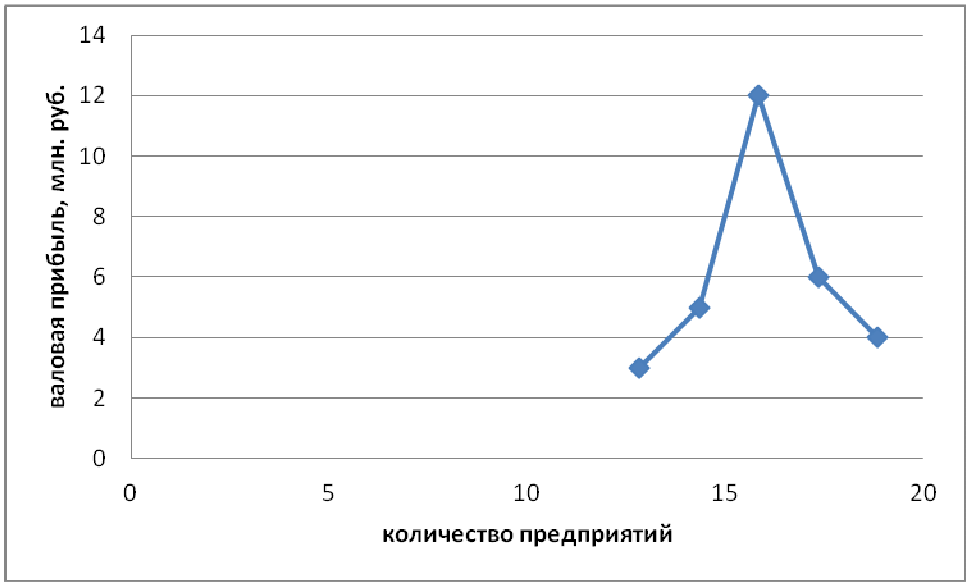
$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{19{,}6 - 12{,}1}{5} = 1{,}5$$

Группировку представим в таблице:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Валовая прибыль, млн. руб.	Количество предприятий (частота)	Накопленная частота
12,1-13,6	3	3
13,6-15,1	5	8
15,1-16,6	12	20
16,6-18,1	6	26
18,1-19,6	4	30
Итого:	30	-

1) Построим кривую распределения:



Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Данная кривая является одновершинной. Эта кривая асимметрична, так как частоты любых 2-х вариантов, равноотстоящих в обе стороны от центра распределения, не равны между собой.

2) Определим среднюю валовую прибыль по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{12{,}85 \cdot 3 + 14{,}35 \cdot 5 + 15{,}85 \cdot 12 + 17{,}35 \cdot 6 + 18{,}85 \cdot 4}{30} = 16$$

Определим моду (модальным интервалом будет 3-й):

$$Mo = x_{Mo} + i_{Mo} * \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})} = 15{,}1 + 1{,}5 * \frac{12-5}{(12-5)+(12-6)} = 15{,}9 \text{ млн. руб.}$$

Определим медианный интервал. Им считается тот, до которого сумма накопленных частот меньше половины всей численности ряда, а с прибавлением его численности – больше половины. Середина накопленных частот – 30/2 = 15. Сумма первых двух меньше половины (8), а если прибавить 12 – больше половины численности совокупности (20). Следовательно, медианным является 3-й интервал. Медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + i_{Me} * \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 15{,}1 + 1{,}5 * \frac{15-8}{12} = 15{,}975$$

При правосторонней асимметрии должно выполняться равенство $M_o < M_e < \bar{X}$, а при левосторонней $\bar{X} < M_e < M_o$. В данном случае выполняется первое неравенство, а значит, подтверждается гипотеза о правосторонней асимметрии.

3) Определим дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f}{\sum \mathrm{f}} = \frac{(12{,}85-16)^2 * 3 + (14{,}35-16)^2 * 5 + \ldots + (18{,}85-16)^2 * 4}{30} = 2{,}9$$

Определим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2.9} = 1{,}70$$

Определим коэффициент вариации:

$$v = \frac{1{,}70}{16} \cdot 100\% = 10{,}6\%$$

Так как коэффициент вариации меньше 30%, то можно говорить об однородности совокупности и надёжности полученной средней.

Задание 4

С вероятностью 0,866 определите ошибку выборки для суммы валовой прибыли на одно предприятие и границы, в которых будет находиться средняя сумма прибыли одного предприятия в генеральной совокупности.

Решение:

Найдем среднюю ошибку выборки для 10%-ого бесповторного отбора при оценивании генерального среднего:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{2{,}9}{30}(1 - 0{,}1)} = 0{,}29 \text{ млн. руб.}$$

Найдем предельную ошибку выборки:

Δ = μ·t = 0,29·1,311 = 0,38 млн. руб.

Построим доверительный интервал для среднего : ($\tilde{x}$ - Δ; $\tilde{x}$ + Δ)

(16 - 0,38; 16 + 0,38) или (15,62; 16,38)

Вывод: с доверительной вероятностью 0,866 можно утверждать, что средняя валовая прибыль в генеральной совокупности не выйдет за пределы от 15,62 до 16,38 млн. руб.

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Задание 5

Предположим, что исследование несет описательный характер, и нам не важна высокая точность результатов. Какое значение вероятности принимается для того, чтобы выборка была репрезентативной? Рассчитайте, сколько предприятий нужно было бы отобрать из генеральной совокупности в этом случае.

Решение:

Репрезентативная выборка – это такая выборка, в которой все основные признаки генеральной совокупности, из которой извлечена данная выборка, представлены приблизительно в той же пропорции или с той же частотой, с которой данный признак выступает в этой генеральной совокупности.

Необходимым условием построения репрезентативной выборки является равная вероятность включения в нее каждого элемента генеральной совокупности.

Рассмотрим в таблице характеристики выборок разного объёма:

Предельный процент ошибки выборки	Вероятность	
	0,95	0,99
± 1	10 000	22 500
± 2	2 500	5 625
± 3	1 111	2 500
± 4	625	1 406

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

± 5	400	900
± 10	100	–

Так как в данном случае генеральная совокупность составляет 300 объектов, то для вероятности 0,95 и ошибки 10% следует отобрать 100 предприятий.

Задание 6

Определите факторную и результативную переменные в данном исследовании.

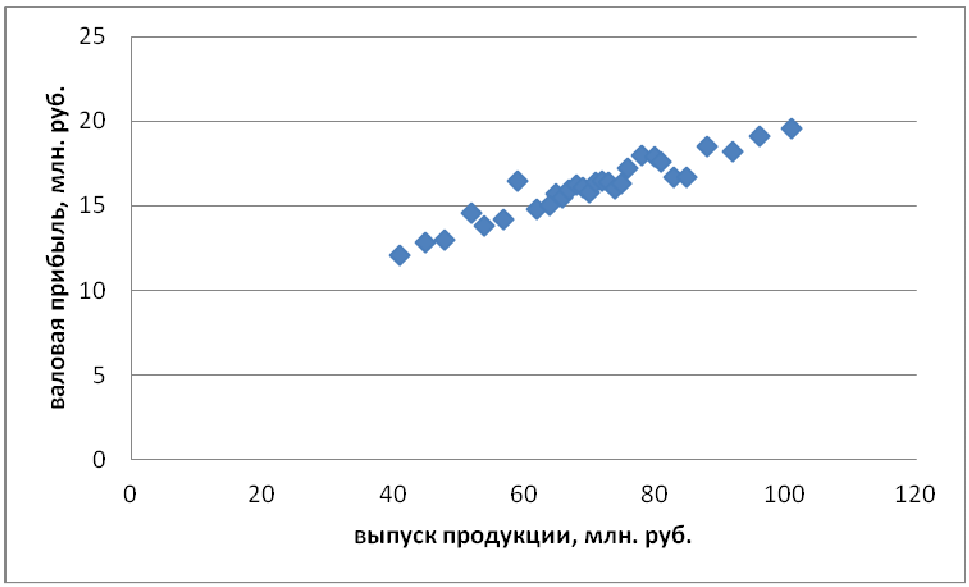
1) Постройте точечную диаграмму по совокупности предприятий.
2) По построенной диаграмме сделайте вывод о характере зависимости прибыли от выпуска продукции.
3) Какую модель регрессии целесообразно выбрать для исследования данной зависимости?

Решение:

Факторной переменной (x) является выпуск продукции, результативной (y) – валовая прибыль, так как прибыль зависит от выпуска продукции.

1) Построим точечную диаграмму:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию



2) Можно сделать вывод о прямой зависимости, так как вместе с выпуском продукции растёт и валовая прибыль.

3) Целесообразно выбрать линейную модель регрессии, так как визуально можно сделать вывод о линейном характере зависимости.

Задание 7

Используя группировку по валовой прибыли, сделайте типологическую выборку 10 предприятий (пропорционально количеству предприятий в группе). Составьте таблицу зависимости прибыли от выпуска продукции на выбранных 10 предприятиях региона.

Решение:

Рассчитаем объёмы выборки из каждой группы:

1 группа.

Доля в общей выборке составляет 3:30 = 0,1, доля в 10-объектной выборке 10·0,1 = 1;

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

следовательно, из этой группы нужно отобрать 1 предприятие.

2 группа.

Доля в общей выборке составляет 5:30 = 0,167, доля в 10-объектной выборке 10·0,167 = 1,67; следовательно, из этой группы нужно отобрать 2 предприятия.

3 группа.

Доля в общей выборке составляет 12:30 = 0,4, доля в 10-объектной выборке 10·0,4 = 4; следовательно, из этой группы нужно отобрать 4 предприятия.

4 группа.

Доля в общей выборке составляет 6:30 = 0,2, доля в 10-объектной выборке 10·0,2 = 2, следовательно, из этой группы нужно отобрать 2 предприятия.

5 группа.

Доля в общей выборке составляет 4:30 = 0,13, доля в 10-объектной выборке 10·0,13 = 1, следовательно, из этой группы нужно отобрать 1 предприятие.

Таким образом, для проведения типической выборки выберем из 1-й группы 1 предприятие, из 2-й – 2, из 3-й – 4, из 4-й – 2 и из 5-й – 1.

Результаты представим в таблице:

Выпуск продукции, млн. руб.	Валовая прибыль, млн. руб.
41	12,1
54	13,8
52	14,6
59	16,5

74	16
68	16,2
72	16,5
85	16,7
81	17,8
92	18,2

Задание 8

На основе выборки, сделанной в задании 7:

1) Рассчитайте параметры парной линейной регрессии.

2) Постройте график регрессии на том же поле, что и точечная диаграмма (задание 6), и сделайте визуальный вывод об адекватности построенной модели.

3) Сделайте прогноз возможной валовой прибыли на предприятии с выпуском продукции 33 млн. руб.

Решение:

1) Находим коэффициенты постулируемого уравнения регрессии, а также коэффициенты корреляции и детерминации. Для этого можно воспользоваться следующими формулами:

$$\hat{y}_x = a + bx$$

$$b = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}$$

$$a = \overline{y} - b\overline{x}$$

Приведём расчётную таблицу:

№	x	y	x^2	xy
1	41	12,1	1681	496,1
2	54	13,8	2916	745,2
3	52	14,6	2704	759,2
4	59	16,5	3481	973,5
5	74	16	5476	1184
6	68	16,2	4624	1101,6
7	72	16,5	5184	1188
8	85	16,7	7225	1419,5
9	81	17,8	6561	1441,8
10	92	18,2	8464	1674,4
Сумма	*678*	*158,4*	*48316*	*10983,3*
Среднее	*67,8*	*15,84*	*4831,6*	*1098,33*

Рассчитаем коэффициенты регрессии:

$$b = \frac{1098{,}33 - 67{,}8 \cdot 15{,}84}{4831{,}6 - 67{,}8^2} = 0{,}1$$

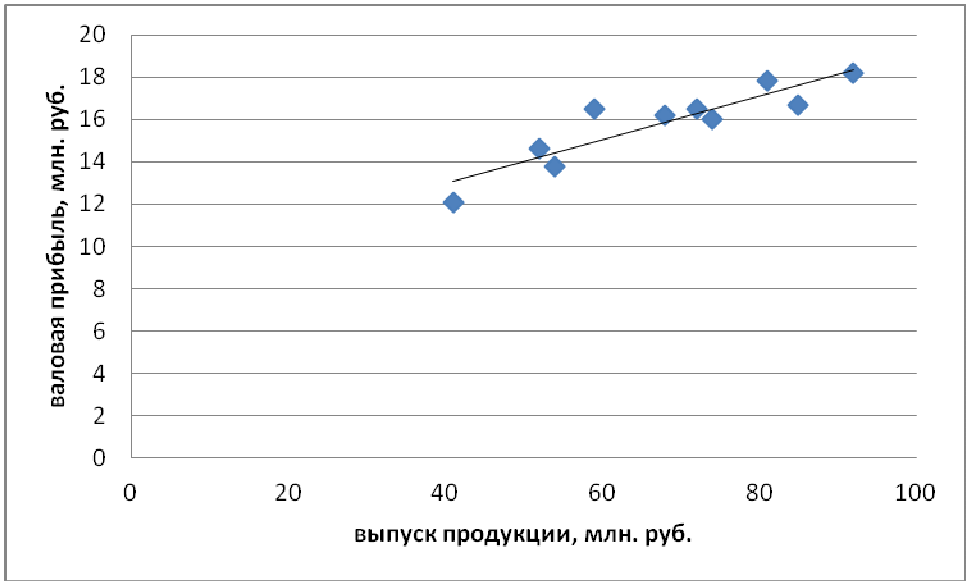
Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$a = 15{,}84 - 0{,}1 \cdot 67{,}8 = 8{,}8$$

Таким образом, регрессионное уравнение имеет следующий вид:

$$\hat{y}_x = 8{,}8 + 0{,}1x$$

2) Построим график:



Можно сделать вывод об адекватности построенной модели, так как теоретические уровни ряда очень близки к эмпирическим.

3) Проведём прогноз валовой прибыли:

$\hat{y}_x = 8{,}8 + 0{,}1 \cdot 33 = 12{,}1$ млн. руб.

Список литературы

1. Статистика: Учебник/ И.И. Елисеева, И.И. Егорова и др.; Под ред. проф. И.И.Елисеевой.- М:, изд-во Проспект, 2003.
2. Общая теория статистики: Учебник/ М.Р Ефимова, Е.В Петрова, В.Н Румянцев. – М.:

Практическая работа выполнена на сайте МатБюро https://www.matburo.ru/
Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:
https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=pr
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

ИНФРА-М, 1998.

3. Теория статистики: Учебник/ Под ред. Проф. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1996.
4. Громыко Г.Л. Общая теория статистики. М. МГУ. 1987.
5. Боярский А.Я., Трудова М.Г., Щепилов М.Г. и др. Общая теория статистики. Учебник для экономических специальностей ВУЗов. Под ред. А.Я. Боярского, Г.Л. Громыко. М. МГУ. 1985.
6. Боярский А.Я., Викторова Л.Л., Гольдберг А.М. и др. Общая теория статистики. Учебник для экономических специальностей ВУЗов. Под ред. А.М.Гольдберга. М. Финансы и статистика. 1985.
7. Ряузов Н.Н. Общая теория статистики. Учебник для экономических специальностей ВУЗов. М. Финансы и статистика. 1984.
8. Адамов В.Е. и др. Статистический словарь. М. Финансы и статистика. 1989.
9. Ковалевский Г.В. Индексный метод в экономике. М. Финансы и статистика. 1989.