

Метрология

Обработка результатов однократных измерений

6.2 Измеренная высота цилиндра оказалась равной 18,8 см. При этом систематическая и случайная погрешности были +4,4% и 3,8%. Соответствующие величины для его диаметра и массы составили 17,6 см (-1,5% и 1,0%) и 33149 г (+3,1% и 1,9%). Определить плотность вещества, из которого сделан цилиндр, а также абсолютные и относительные систематические и случайные погрешности ее определения.

Решение:

При однократных измерениях для получения результата измерения используется одно-единственное значение отсчета показаний прибора. Будучи по сути случайным, однократный отсчет включает в себя инструментальную, методическую и субъективную составляющие погрешности измерения, в каждой из которых могут быть выделены систематические и случайные составляющие. При измерении с точным оцениванием погрешности проблема заключается в выявлении и оценке систематических и случайных составляющих погрешности с последующим их раздельным суммированием.

При обработке косвенных измерений будем считать, что при небольшом количестве измерений ошибки накапливаются, т.е. ошибка косвенного измерения – сумма ошибок величин, входящих в косвенное измерение. Тогда:

$$\delta h = 4,4 + 3,8 = 8,2\%$$

$$\delta D = -1,5 + 1 = 0,5\%$$

$$\delta m = 3,1 + 1,9 = 5\%$$

Поскольку измерение плотности является косвенным, то значение плотности ρ и абсолютные погрешности $\Delta\rho$ рассчитываются по формулам:

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = \frac{\bar{m}}{\frac{\pi \bar{D}^2 \bar{h}}{4}} = \frac{4\bar{m}}{\pi \bar{D}^2 \bar{h}} = \frac{4 \cdot 33,149}{3,14 \cdot 0,176^2 \cdot 0,188} = 7251,33 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

где:

ρ - плотность;

m - масса;

V – объем;

D - диаметр;

h - высота.

$$\Delta\rho = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial D} \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h} \cdot \Delta h\right)^2}$$

где $\Delta m, \Delta D, \Delta h$ - относительные погрешности измерения массы, диаметра, высоты.

Частные производные от ρ по массе, диаметру, высоте равны:

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \left(\frac{4\bar{m}}{\pi\bar{D}^2\bar{h}}\right)'_m = \frac{4}{\pi\bar{D}^2\bar{h}} = \frac{4}{3,14 \cdot 0,176^2 \cdot 0,188} = 218,75$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial D} = \left(\frac{4\bar{m}}{\pi\bar{D}^2\bar{h}}\right)'_D = \frac{-8\bar{m}}{\pi\bar{D}^3\bar{h}} = \frac{-8 \cdot 33,149}{3,14 \cdot 0,176^3 \cdot 0,188} = -82401,46$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial h} = \left(\frac{4\bar{m}}{\pi\bar{D}^2\bar{h}}\right)'_h = -\frac{4\bar{m}}{\pi\bar{D}^2\bar{h}^2} = -\frac{4 \cdot 33,149}{3,14 \cdot 0,176^2 \cdot 0,188^2} = -38570,90$$

Вычислим относительную ошибку определения плотности:

$\Delta\rho$

$$= \pm \sqrt{(218,75 \cdot 0,05 \cdot 331,49)^2 + (-82401,46 \cdot 0,005 \cdot 0,176)^2 + (38570,9 \cdot 0,082 \cdot 0,188)^2}$$

$$\Delta\rho = \pm 700,19$$

Поскольку первая значащая цифра погрешности 7, округляем значение погрешности до одной значащей цифры:

$$\Delta\rho \approx 700 \text{ кг/м}^3$$

Округляем значение результата измерения: наименьший разряд результата измерения должен соответствовать наименьшему разряду погрешности, с которой этот результат получен: $\bar{\rho} = 7251 \text{ кг/м}^3$

Относительная погрешность результата косвенного измерения:

$$\delta\rho = \frac{700}{7251} \cdot 100\% = 10\%$$

Результат в виде доверительного интервала для доверительной вероятности $P_d = 1$ запишется в виде:

$$\rho = (7251 \pm 700) \text{ кг/м}^3 ; P_d = 1$$