

ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Правила вычисления производных

Производная суммы/разности, произведения, частного.

$$(C \cdot u(x))' = C \cdot u'(x), \quad (u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x),$$

$$(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x), \quad \left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}.$$

Производная сложной функции $z = g(f(x))$ в точке x_0

$$z'(x_0) = (g(f(x)))'_{x=x_0} = g'(y_0) \cdot f'(x_0), \quad y_0 = f(x_0).$$

Производная обратной функции $x = \varphi(y)$ к функции $y = f(x)$ в точке $y_0 = f(x_0)$

$$\varphi'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

Таблица производных

1. Производная степенной функции

$$(C)' = 0, \quad (x)' = 1, \quad (x^n)' = nx^{n-1}, \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$$

2. Производная показательной функции

$$(e^x)' = e^x, \quad (a^x)' = a^x \ln a, \quad (x^x)' = x^x(1 + \ln x).$$

3. Производная логарифмической функции

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}.$$

4. Производные тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

5. Производные обратных тригонометрических функций

$$\begin{aligned} (\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, & (\arccos x)' &= -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \\ (\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, & (\operatorname{arcctg} x)' &= -\frac{1}{1+x^2}. \end{aligned}$$

6. Производные гиперболических функций

$$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x, \quad (\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x, \quad (\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}, \quad (\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}.$$

7. Производные обратных тригонометрических функций

$$\begin{aligned}(\operatorname{arsh} x)' &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, & (\operatorname{arch} x)' &= \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \\(\operatorname{arth} x)' &= \frac{1}{1-x^2}, & (\operatorname{arcth} x)' &= \frac{1}{1-x^2}.\end{aligned}$$