

Нормальный закон распределения: решение задач

Задание. В нормально распределенной совокупности 15% значений x меньше 12 и 40% значений x больше 16,2. Найти среднее значение и стандартное отклонение данного распределения.

Решение. Используем формулу для нахождения вероятности попадания нормальной случайной величины в интервал:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$
, где $\Phi(x)$ - функция Лапласа (значения берутся из таблицы).

Получаем соотношения:

$$\begin{cases} P(-\infty < X < 12) = \Phi\left(\frac{12 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\infty - a}{\sigma}\right) = 0,15, \\ P(16,2 < X < \infty) = \Phi\left(\frac{\infty - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{16,2 - a}{\sigma}\right) = 0,40. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi\left(\frac{12 - a}{\sigma}\right) - \Phi(-\infty) = 0,15, \\ \Phi(\infty) - \Phi\left(\frac{16,2 - a}{\sigma}\right) = 0,40. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi\left(\frac{a - 12}{\sigma}\right) = 0,35, \\ \Phi\left(\frac{16,2 - a}{\sigma}\right) = 0,1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a - 12}{\sigma} = 1,04, \\ \frac{16,2 - a}{\sigma} = 0,25. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - 12 = 1,04\sigma, \\ 16,2 - a = 0,25\sigma. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \approx 15,386, \\ \sigma \approx 3,256. \end{cases}$$

Среднее значение и стандартное отклонение данного распределения равны
 $a \approx 15,386, \sigma \approx 3,256$.

Ответ: $a \approx 15,386, \sigma \approx 3,256$.