

Дискретная случайная величина

Пример решения задачи на вычисление моментов

Задача. Дискретная случайная величина задана таблице. Вычислить ее начальные и центральные моменты до 4 порядка включительно. Найти вероятности событий $\xi < M\xi$, $\xi \geq M\xi$, $\xi < \frac{1}{2}M\xi$, $\xi \geq \frac{1}{2}M\xi$.

X	0	0,3	0,6	0,9	1,2
P	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1

Решение. Для подсчета начальных и центральных моментов составим расчетную таблицу:

x_i	0	0,3	0,6	0,9	1,2	Сумма
p_i	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1	1
$x_i p_i$	0	0,12	0,12	0,09	0,12	0,45
$x_i - M\xi$	-0,45	-0,15	0,15	0,45	0,75	0,75
$x_i^2 p_i$	0	0,036	0,072	0,081	0,144	0,333
$x_i^3 p_i$	0	0,0108	0,0432	0,0729	0,1728	0,2997
$x_i^4 p_i$	0	0,00324	0,02592	0,06561	0,20736	0,30213
$(x_i - M\xi)^2 p_i$	0,0405	0,009	0,0045	0,02025	0,05625	0,1305
$(x_i - M\xi)^3 p_i$	-0,018225	-0,0014	0,00067	0,00911	0,04219	0,0324
$(x_i - M\xi)^4 p_i$	0,00820125	0,0002	0,0001	0,0041	0,03164	0,04425

Начальные моменты:

$$\nu_1 = M\xi = \sum x_i p_i = 0,45,$$

$$\nu_2 = M(\xi^2) = \sum x_i^2 p_i = 0,333,$$

$$\nu_3 = M(\xi^3) = \sum x_i^3 p_i = 0,2997,$$

$$\nu_4 = M(\xi^4) = \sum x_i^4 p_i = 0,30213.$$

Центральные моменты:

$$\mu_1 = M(\xi - M\xi) = 0,$$

$$\mu_2 = M(\xi - M\xi)^2 = \sum (x_i - M\xi)^2 p_i = 0,1305,$$

$$\mu_3 = M(\xi - M\xi)^3 = \sum (x_i - M\xi)^3 p_i = 0,0324,$$

$$\mu_4 = M(\xi - M\xi)^4 = \sum (x_i - M\xi)^4 p_i = 0,04425.$$

Найдем вероятности событий $\xi < M\xi$, $\xi \geq M\xi$, $\xi < \frac{1}{2}M\xi$, $\xi \geq \frac{1}{2}M\xi$.

$$P(\xi < M\xi) = P(\xi < 0,45) = P(\xi = 0) + P(\xi = 0,3) = 0,2 + 0,4 = 0,6,$$

$$P(\xi \geq M\xi) = 1 - P(\xi < M\xi) = 1 - 0,6 = 0,4,$$

$$P\left(\xi < \frac{1}{2}M\xi\right) = P(\xi < 0,225) = P(\xi = 0) = 0,2,$$

$$P\left(\xi \geq \frac{1}{2}M\xi\right) = 1 - P\left(\xi < \frac{1}{2}M\xi\right) = 1 - 0,2 = 0,8.$$