

Дискретная случайная величина: исследование по ряду распределения

Пример решения

Задание. Число иногородних судов, прибывающих ежедневно под погрузку в определенный порт – случайная величина X , заданная так:

x_i	0	1	2	3	4	5
P_i	0,1	0,2	0,4	0,1	0,1	0,1

- А) убедитесь, что задан ряд распределения,
Б) найдите функцию распределения случайной величины X ,
В) если в заданный день прибывает больше трех судов, то порт берет на себя ответственность за издержки вследствие необходимости нанимать дополнительных водителей и грузчиков. Чему равна вероятность того, что порт понесет дополнительные расходы?
Г) найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Решение.

А) Убедимся, что задан ряд распределения. Найдем сумму вероятностей:
 $0,1 + 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 + 0,1 = 1$.

Значит, задано распределение дискретной случайной величины.

Б) Найдем функцию распределения случайной величины X :

$F(x) = P(X < x)$, то есть

при $x \leq 0$, $F(x) = 0$,

при $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0 + 0,1 = 0,1$,

при $1 < x \leq 2$, $F(x) = 0,1 + 0,2 = 0,3$

при $2 < x \leq 3$, $F(x) = 0,3 + 0,4 = 0,7$,

при $3 < x \leq 4$, $F(x) = 0,7 + 0,1 = 0,8$,

при $4 < x \leq 5$, $F(x) = 0,8 + 0,1 = 0,9$,

при $x > 5$, $F(x) = 0,9 + 0,1 = 1$.

В) Если в заданный день прибывает больше трех судов, то порт берет на себя ответственность за издержки вследствие необходимости нанимать дополнительных водителей и грузчиков. Тогда вероятность того, что порт понесет дополнительные расходы, равна

$$P_{\text{д.д.д.д.д.}} = P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5) = 0,1 + 0,1 = 0,2.$$

Вероятность 0,2 или 20%.

Г) Найдем математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Математическое ожидание:

$$MX = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = 2,2 \text{ - среднее число судов, заходящих в порт ежедневно.}$$

Дисперсия:

$$DX = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - (MX)^2 = 6,8 - 2,2^2 = 1,96.$$

$$\text{Среднее квадратичное отклонение: } \sigma = \sqrt{DX} = \sqrt{1,96} = 1,4.$$

Расчеты в таблице ниже:

x_i	0	1	2	3	4	5	Сумма
p_i	0,1	0,2	0,4	0,1	0,1	0,1	1
$x_i p_i$	0	0,2	0,8	0,3	0,4	0,5	2,2
$x_i^2 p_i$	0	0,2	1,6	0,9	1,6	2,5	6,8