

## Гипергеометрическое распределение случайной величины

### Пример решения

**Задание.** Для экспертной оценки качества растворимого кофе было отобрано 9 образцов разных производителей: 6 образцов фирмы Nestle и 3 образца фирмы KraftFood. В результате проверки выяснилось, что 4 случайно выбранных образца соответствуют стандартам качества.

А) Составьте ряд распределения числа образцов фирмы Nestle, среди отобранных и постройте его график.

Б) Найдите числовые характеристики этого распределения;

В) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;

Г) Чему равна вероятность того, что как минимум два образца фирмы Nestle соответствуют качеству?

#### Решение.

А) Пусть  $X$  – число образцов фирмы Nestle, среди отобранных 4 образцов кофе. Случайная величина может принимать значения 1, 2, 3 и 4.

Вероятности этих значений можно найти по формуле гипергеометрической вероятности:

$$P(X = k) = \frac{C_6^k \cdot C_3^{4-k}}{C_9^4}, \quad k = 1, 2, 3, 4$$
 - вероятность того, что будет выбрано  $k$  образцов фирмы Nestle (из 6) и еще  $4 - k$  образцов фирмы KraftFood (из 3).

Вычисляем вероятности по этой формуле.

$$P(X = 1) = \frac{C_6^1 \cdot C_3^{4-1}}{C_9^4} = \frac{6}{126} = 0,0476,$$

$$P(X = 2) = \frac{C_6^2 \cdot C_3^{4-2}}{C_9^4} = \frac{45}{126} = 0,3571,$$

$$P(X = 3) = \frac{C_6^3 \cdot C_3^{4-3}}{C_9^4} = \frac{60}{126} = 0,4762,$$

$$P(X = 4) = \frac{C_6^4 \cdot C_3^{4-4}}{C_9^4} = \frac{15}{126} = 0,119.$$

Занесем полученные данные в таблицу, получим закон распределения:

$x_i$	1	2	3	4	Сумма
$P_i$	0,0476	0,3571	0,4762	0,1190	1,000

Сумма вероятностей равна 1, расчеты верные.



Б) Найдем числовые характеристики этого распределения.

Математическое ожидание

$$M(X) = \sum x_i p_i = 2,667.$$

Дисперсия:

$$D(X) = \sum x_i^2 p_i - (M(X))^2 = 7,667 - 2,667^2 = 0,556.$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,556} = 0,745.$

Расчеты в таблице:

$x_i$	1	2	3	4	Сумма
$P_i$	0,0476	0,3571	0,4762	0,1190	<b>1</b>
$x_i P_i$	0,0476	0,7143	1,4286	0,4762	<b>2,6667</b>
$x_i^2 P_i$	0,0476	1,4286	4,2857	1,9048	<b>7,6667</b>

В) Запишем в общем виде функцию распределения вероятностей и построим ее график.

Найдем функцию распределения вероятностей  $F(x)$  случайной величины  $X$ .

$F(x) = P(X < x)$ , то есть

при  $x \leq 1$ ,  $F(x) = 0$ ,

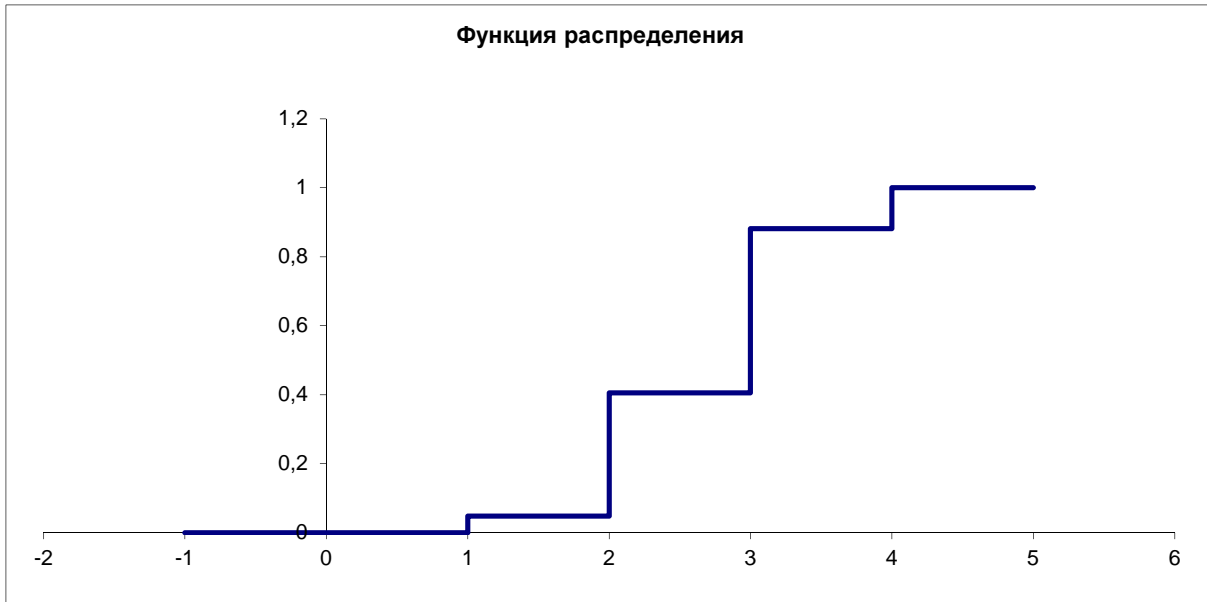
при  $1 < x \leq 2$ ,  $F(x) = 0 + 0,0476 = 0,0476$ ,

при  $2 < x \leq 3$ ,  $F(x) = 0,0476 + 0,3571 = 0,4048$ ,

при  $3 < x \leq 4$ ,  $F(x) = 0,4048 + 0,4762 = 0,881$ ,

при  $x > 4$ ,  $F(x) = 0,881 + 0,119 = 1$ .

Построим ее график.



Г) Найдем, чему равна вероятность того, что как минимум два образца фирмы Nestle соответствуют качеству:

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0,3571 + 0,4762 + 0,119 = 0,9524.$$