

Тема: Формула полной вероятности (Чудесенко, задача 14, вариант б)

ЗАДАНИЕ. В альбоме k чистых и l гашеных марок. Из них наудачу извлекаются m марок (среди которых могут быть и чистые, и гашеные), подвергаются спецгашению и возвращаются в альбом. После этого вновь наудачу извлекается n марок. Определить вероятность того, что все n марок чистые.

$k=11$; $l=8$; $m=2$; $n=5$

РЕШЕНИЕ.

Введем полную группу гипотез:

H_1 = (Выбрано 2 чистых марки),

H_2 = (Выбрано 1 чистая и 1 гашеная марка),

H_3 = (Выбрано 2 гашеные марки).

Найдем вероятности гипотез по классическому определению вероятностей:

$$P(H_1) = \frac{C_{11}^2}{C_{19}^2} = \frac{55}{171}, \quad P(H_2) = \frac{C_{11}^1 \cdot C_8^1}{C_{19}^2} = \frac{88}{171}, \quad P(H_3) = \frac{C_8^2}{C_{19}^2} = \frac{28}{171}.$$

Введем событие A = (После гашения все пять выбранных марок - чистые). Найдем априорные условные вероятности $P(A | H_i)$, $i = 1, 2, 3$.

Гипотеза H_1 . После гашения будет 9 чистых и 10 гашеных марок,

$$P(A | H_1) = \frac{C_9^5}{C_{19}^5} = \frac{126}{11628} = \frac{7}{646} \approx 0,011.$$

Гипотеза H_2 . После гашения будет 10 чистых и 9 гашеных марок,

$$P(A | H_2) = \frac{C_{10}^5}{C_{19}^5} = \frac{252}{11628} = \frac{7}{323} \approx 0,022.$$

Гипотеза H_3 . После гашения будет 11 чистых и 8 гашеных марок,

$$P(A | H_3) = \frac{C_{11}^5}{C_{19}^5} = \frac{462}{11628} = \frac{77}{1938} \approx 0,04.$$

Вероятность события A найдем по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(A | H_i) \cdot P(H_i) = \frac{55}{171} \cdot 0,011 + \frac{88}{171} \cdot 0,022 + \frac{28}{171} \cdot 0,04 \approx 0,021.$$

ОТВЕТ: 0,021.