

## Система непрерывных случайных величин

### Пример решения задачи

**Задание.** Задана двумерная плотность вероятности системы двух случайных величин:

$f(x, y) = \frac{1}{2} \sin(x + y)$  в квадрате  $0 \leq x \leq \pi/2$ ,  $0 \leq y \leq \pi/2$ , вне квадрата  $f(x, y) = 0$ . Найти функцию распределения системы  $(X, Y)$ .

**Решение.** Найдем функцию распределения системы случайных величин по формуле:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(x, y) dx dy.$$

Вычисляем интеграл:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(x, y) dx dy = \int_0^y \int_0^x \frac{1}{2} \sin(x + y) dx dy = \int_0^y \int_0^x \frac{1}{2} \sin(t + z) dt dz = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^y dz \int_0^x \sin(t + z) d(t + z) = -\frac{1}{2} \int_0^y \cos(t + z) \Big|_0^x dz = -\frac{1}{2} \int_0^y (\cos(x + z) - \cos(z)) dz = \\ &= -\frac{1}{2} (\sin(x + z) - \sin(z)) \Big|_0^y = -\frac{1}{2} (\sin(x + y) - \sin(y) - \sin(x + 0) + \sin(0)) = \\ &= \frac{1}{2} (\sin(y) + \sin(x) - \sin(x + y)). \end{aligned}$$