

Решение задачи на тему: «Числовые характеристики выборки»

ЗАДАНИЕ. Из изучаемой налоговыми органами обширной группы населения было случайным образом было отобрано 10 человек и собраны сведения об их доходах за истекший год в тысячах рублей: x_1, x_2, \dots, x_{10} , найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию. Считая распределения доходов в группе нормальным и используя в качестве его параметров выборочное среднее и исправленную выборочную дисперсию, определить какой процент группы имеет годовой доход, превышающий а тысяч рублей.

$x_1 - 45; 65; 85; 45; 55; 65; 95; 75; 65; 55; \dots$ $n=10$

РЕШЕНИЕ. Вычисляем характеристики. Для этого составим вариационный ряд, подсчитав количество вхождений каждого значения:

x_i	n_i
45	2
55	2
65	3
75	1
85	1
95	1

Найдем выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{10} 650 = 65$$

Найдем дисперсию:

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum (\bar{x} - x_i)^2 n_i = \frac{1}{10} 2400 = 240.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (\bar{x} - x_i)^2 n_i = \frac{1}{9} 2400 \approx 266,667.$$

Найдем исправленное среднеквадратичное отклонение:

$$s = \sqrt{266,667} \approx 16,33.$$

Промежуточные вычисления приведены в таблице ниже:

x_i	n_i	$x_i n_i$	$(\bar{x} - x_i)^2 n_i$
45	2	90	800
55	2	110	200
65	3	195	0
75	1	75	100

85	1	85	400
95	1	95	900

Сумма 10 650 2400

Считая распределения доходов в группе нормальным и используя в качестве его параметров выборочное среднее $a = 65$ и исправленную выборочную дисперсию $\sigma^2 = 266,667$, определим какой процент группы имеет годовой доход, превышающий $\alpha = 75$ тысяч рублей по формуле:

$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x)$ - функция Лапласа (значения берутся из таблицы). Получаем

$$P(75 < X < \infty) = \Phi\left(\frac{\infty - 65}{16,33}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 65}{16,33}\right) = \Phi(\infty) - \Phi(0,61) = 0,5 - 0,2291 = 0,2709 \text{ или } 27,09\%.$$