

Тема: Вариационный ряд, графическое изображение, характеристики

ЗАДАНИЕ. Дан следующий вариационный ряд

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1	1	2	2	4	4	4	5	5	5

Требуется

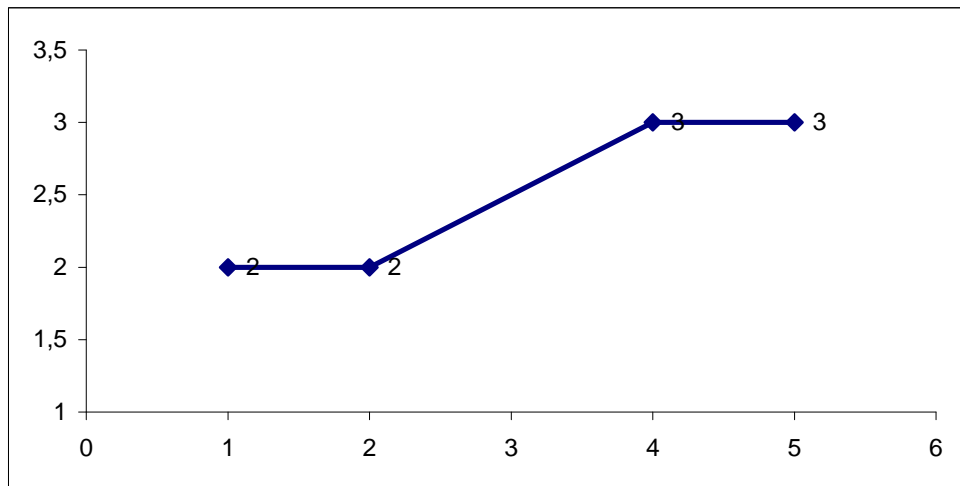
- 1) Построить полигон распределения
- 2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.
- 3) Построить выборочную функцию распределения
- 4) Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

РЕШЕНИЕ. В задании дана выборка объема $n = 10$.

1) Полигон распределения – это зависимость абсолютной частоты варианта m_i от значения варианта x_i . Эту зависимость можно представить в виде таблицы:

x_i	1	2	4	5
m_i	2	2	3	3

Строим график полигона частот:



2) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.

Выборочная средняя:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i m_i = \frac{1}{10} (1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3) = \frac{33}{10} = 3,3.$$

Выборочная дисперсия

$$D_x = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 m_i - 3,3^2 = \frac{1}{10} (1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 25 \cdot 3) - 3,3^2 = 2,41.$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{2,41} \approx 1,552.$$

Мода равна варианту, имеющему наибольшую частоту: $x_{Mo} = 4; 5$ (две моды)

Медиана равна среднему варианту выборки: $x_{Me} = 4$.

3) Выборочная функция распределения аналогична функции распределения дискретной случайной величины. Для ее нахождения запишем ряд распределения выборки, где

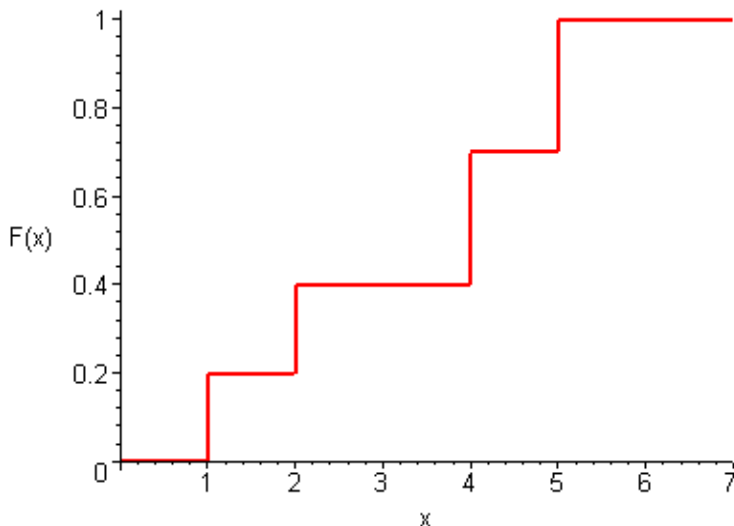
$$p_i = \frac{m_i}{n} = \frac{m_i}{10} - \text{относительная частота варианта } x_i.$$

x_i	1	2	4	5
p_i	0,2	0,2	0,3	0,3

Тогда

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 2, \\ 0,4, & 2 < x \leq 4, \\ 0,7, & 4 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Построим график:



4) Несмещенная оценка математического ожидания совпадает с выборочной средней:

$$M(X) = \bar{x} = 3,3.$$

Несмещенная оценка дисперсии отличается от выборочной дисперсии в большую

$$\text{сторону: } D(X) = \frac{n}{n-1} D_x = \frac{10}{9} 2,41 \approx 2,678.$$