

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ: МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ (КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ)

ЗАДАНИЕ.

Считая, что зависимость между переменными x и y имеет вид $y = ax^2 + bx + c$, найти оценки параметров a , b и c методом наименьших квадратов по выборке:

x	7	31	61	99	129	178	209
y	13	10	9	10	12	20	26

РЕШЕНИЕ.

Теоретическое уравнение регрессии Y на X будем искать в виде $\hat{y}_x = ax^2 + bx + c$.

Неизвестные параметры a, b, c будем находить из системы линейных уравнений

$$\begin{cases} a \sum x_i^4 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i, \\ a \sum x_i^3 + b \sum x_i^2 + c \sum x_i = \sum x_i y_i, \\ a \sum x_i^2 + b \sum x_i + cn = \sum y_i \end{cases}$$

Здесь $n = 7$, суммирование ведется по i от 1 до 7. Для определения коэффициентов этой системы составим расчетную таблицу.

	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
	7	13	49	343	2401	91	637
	31	10	961	29791	923521	310	9610
	61	9	3721	226981	13845841	549	33489
	99	10	9801	970299	96059601	990	98010
	129	12	16641	2146689	276922881	1548	199692
	178	20	31684	5639752	1003875856	3560	633680
	209	26	43681	9129329	1908029761	5434	1135706
Сумма	714	100	106538	18143184	3299659862	12482	2110824

В результате получим систему:

$$\begin{cases} 3299659862a + 18143184b + 106538c = 2110824 \\ 18143184a + 106538b + 714c = 12482 \\ 106538a + 714b + 7c = 100. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 0,0009 \\ b = -0,1255 \\ \bar{n} = 13,4635 \end{cases}$$

Получили теоретическое уравнение регрессии: $\hat{y}_x = 0,0009x^2 - 0,1255x + 13,4635$.

Строим график:

