

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ: МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ
(ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ТАБЛИЦЕ)

ЗАДАНИЕ.

Данные наблюдений над случайной двумерной величиной (X, Y) представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой регрессии Y на X.

X	Y					n _x
	10	20	30	40	50	
3	7	-	-	-	-	7
8	11	5	-	-	-	16
13	-	19	15	5	-	39
18	-	3	15	6	1	25
23	-	-	2	4	4	10
28	-	-	-	-	3	3
n _y	18	27	32	15	8	100

РЕШЕНИЕ.

Напишем уравнение прямой регрессии, которая обладает тем свойством, что сумма квадратов отклонений всех точек совокупности от этой прямой есть величина минимальная. Пусть уравнение этой прямой имеет вид $y = kx + b$, тогда по методу наименьших квадратов коэффициенты определяются из системы:

$$\begin{cases} nb + k \sum xn_x = \sum yn_y, \\ b \sum xn_x + k \sum x^2n_x = \sum xyn_{xy}. \end{cases}$$

Найдем необходимые величины из расчетной таблицы:

X\Y	10	20	30	40	50	n _x	xn _x	x ² n _x
3	7					7	21	63
8	11	5				16	128	1024
13		19	15	5		39	507	6591
18		3	15	6	1	25	450	8100
23			2	4	4	10	230	5290
28					3	3	84	2352
n _y	18	27	32	15	8	100	1420	23420
yn _y	180	540	960	600	400	2680		
xyn _{xy}	1090	6820	15330	10600	9700	43540		

Подставляем найденные величины в систему и решаем ее: $n = 100$, $\sum xn_x = 1420$,

$$\sum yn_y = 2680, \quad \sum x^2n_x = 23420, \quad \sum xyn_{xy} = 43540$$

$$\begin{cases} 100b + 1420k = 2680, \\ 1420b + 23420k = 43540, \end{cases}$$

откуда $k = 1,684$, $b = 2,883$, уравнение регрессии: $y = 1,684x + 2,883$.

Построим чертеж (корреляционное поле и линию регрессии):

