

## Метод наибольшего правдоподобия для непрерывного распределения

ЗАДАНИЕ.

Методом максимального правдоподобия найдите оценку параметра  $\theta$ , если плотность

имеет вид  $p(x, \theta) = \frac{2x^3}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x^4-\theta)^2}{2}}$  и по наблюдениям

1.4    1.5    3.2    1.4    2.5    3.4    3.1    2.4    3.8    2.6

РЕШЕНИЕ. Оценим параметр  $\theta$  методом максимального правдоподобия

Функция правдоподобия имеет вид

$$L(x_1, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i, \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{2x_i^3}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i^4-\theta)^2}{2}} = \frac{2^n}{(\sqrt{2\pi})^n} \prod_{i=1}^n x_i^3 e^{-\frac{(x_i^4-\theta)^2}{2}} = \frac{2^n}{(\sqrt{2\pi})^n} \left( \prod_{i=1}^n x_i^3 \right) e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i^4-\theta)^2}{2}}$$

Логарифмируем

$$\begin{aligned} \ln L(x_1, \dots, x_n, \theta) &= \ln \frac{2^n}{(\sqrt{2\pi})^n} \left( \prod_{i=1}^n x_i^3 \right) e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i^4-\theta)^2}{2}} = \ln 2^n + \ln \left( \prod_{i=1}^n x_i^3 \right) + \ln e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i^4-\theta)^2}{2}} - \ln (\sqrt{2\pi})^n = \\ &= \ln 2^n + \sum_{i=1}^n \ln x_i^3 - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i^4-\theta)^2}{2} - \ln (\sqrt{2\pi})^n \end{aligned}$$

Найдем частную производную по параметру  $\theta$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(x_1, \dots, x_n, \theta)}{\partial \theta} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \ln 2^n + \sum_{i=1}^n \ln x_i^3 - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i^4-\theta)^2}{2} - \ln (\sqrt{2\pi})^n \right) = \\ &= -\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sum_{i=1}^n \frac{(\theta-x_i^4)^2}{2} \right) = -\sum_{i=1}^n \frac{2(\theta-x_i^4)}{2} = -\sum_{i=1}^n (\theta-x_i^4). \end{aligned}$$

Приравняем производную к нулю и найдем выражение для оценки:

$$\sum_{i=1}^n (\theta-x_i^4) = 0$$

$$\theta n - \sum_{i=1}^n x_i^4 = 0$$

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{n}$$

Вычислим значение параметра  $\theta$  по выборке:

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро - Решение задач по математике, статистике, экономике, программированию

Еще решения математической статистики: [www.matburo.ru/ex\\_subject.php?p=ms](http://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=ms)

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{n} = \frac{1.4^4 + 1.5^4 + 3.2^4 + 1.4^4 + 2.5^4 + 3.4^4 + 3.1^4 + 2.4^4 + 3.8^4 + 2.6^4}{10} = 67.01$$