

Метод моментов для равномерного распределения

ЗАДАНИЕ. При условии равномерного распределения случайной величины X произведена выборка

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25

Найти оценку параметров a и b .

РЕШЕНИЕ.

Найдем оценки параметров методом моментов. Приравняем математическое ожидание

$MX = \frac{a+b}{2}$ и дисперсию $DX = \frac{(b-a)^2}{12}$ соответствующим моментами и получим

систему:

$$\begin{cases} MX = \frac{a+b}{2} = \mu_1 = \frac{1}{n} \sum x_i n_i, \\ DX = \frac{(b-a)^2}{12} = \mu_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{n} \sum x_i n_i \right)^2. \end{cases}$$

Составим таблицу для нахождения моментов:

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	Сумма
n_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25	200
$x_i n_i$	63	80	105	234	242	182	315	374	342	525	2462
$x_i^2 n_i$	189	400	735	2106	2662	2366	4725	6358	6498	11025	37064

$$\mu_1 = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{200} 2462 = 12,31,$$

$$\mu_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{n} \sum x_i n_i \right)^2 = \frac{1}{200} 37064 - (12,31)^2 = 33,7839.$$

Подставляем в систему:

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = 12,31, \\ \frac{(b-a)^2}{12} = 33,7839. \end{cases}$$

Откуда $a \approx 2,243$, $b \approx 22,377$.