

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ И ЛИНЕЙНУЮ СВЯЗЬ

ЗАДАНИЕ.

Исследование 27 семей по среднему доходу (X) и сбережениям (Y) дало результаты: $\bar{X}=82$ у.е., $S_x=31$ у.е., $\bar{Y}=39$ у.е., $S_y=29$ у.е., $\overline{XY}=3709$ (у.е.)². При $\alpha=0,05$ проверить наличие линейной связи между X и Y . Определить размер сбережений семей, имеющих среднюю доход $X=130$ у.е.

РЕШЕНИЕ.

Вычислим выборочный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{S_x \cdot S_y} = \frac{3709 - 82 \cdot 39}{31 \cdot 29} \approx 0,568.$$

Проверим гипотезу о значимости коэффициента корреляции. Введем нулевую гипотезу $H_0: r = 0$ и вычислим наблюдаемое значение критерия Стьюдента

$$t_{\text{набл.}} = \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}}(n-2) = \sqrt{\frac{0,568^2}{1-0,568^2}}(27-2) = 3,451.$$

Найдем критическую точку $t_{\text{кр.}}(0,05, 27-2) = t_{\text{кр.}}(0,05, 25) = 2,06$. Так как $t_{\text{набл.}} = 3,451 > 2,06 = t_{\text{кр.}}$, нулевую гипотезу следует отвергнуть, коэффициент корреляции значим и между X и Y существует линейная связь (средней силы).

Найдем уравнение линейной регрессии Y на X по формуле: $\bar{Y}_x - \bar{Y} = r \frac{S_y}{S_x} (X - \bar{X})$.

Получаем:

$$\bar{Y}_x - 39 = 0,568 \frac{29}{31} (X - 82),$$

$$\bar{Y}_x = 0,531X - 4,571.$$

Тогда размер сбережений семей, имеющих среднюю доход $X=130$ у.е. равен

$$\bar{Y}_x(130) = 0,531 \cdot 130 - 4,571 = 64,459 \text{ у.е.}$$

ОТВЕТ. 64,459 у.е. Связь значима.