

Тема: Доверительный интервал для доли (вероятности)

ЗАДАНИЕ. Из партии объемом 500 однородных товаров для проверки по схеме случайной бесповторной выборки отобрано 70 товаров, среди которых оказалось 56 бракованных. Найдите вероятность того, что доля бракованных товаров во всей партии отличается от полученной доли в выборке не более чем на 0,02 (по абсолютной величине), а также границы, в которых с надежностью 0,96 заключена доля бракованных товаров во всей партии.

РЕШЕНИЕ. Выборочная доля бракованных товаров $w = \frac{70-56}{70} = \frac{14}{70} = 0,2$.

Предельная ошибка для доли выборки при случайной бесповторной выборке находится по формуле $\Delta = t_{кр} \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$, где $w = 0,2$, $n = 70$, $N = 500$.

По условию эта предельная ошибка не превосходит 0,02, то есть

$$\Delta = t_{кр} \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{70} \left(1 - \frac{70}{500}\right)} \leq 0,02,$$

$$0,044 \cdot t_{кр} \leq 0,02,$$

$$t_{кр} \leq 0,451.$$

$$\text{Вероятность } P = 2\Phi(0,45) = 2 \cdot 0,1736 = 0,3472$$

Найдем границы, в которых с надежностью 0,96 заключена доля бракованных товаров во всей партии. Находим по таблице функции Лапласа $t_{кр} = \Phi^{-1}(0,96/2) = \Phi^{-1}(0,48) \approx 2,05$.

Тогда предельная ошибка

$$\Delta = 2,05 \cdot \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{70} \left(1 - \frac{70}{500}\right)} = 2,05 \cdot 0,044 = 0,091.$$

Границы доли бракованных товаров:

$$(0,2 - 0,091; 0,2 + 0,091) = (0,109; 0,291).$$