

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Задача коммивояжера. Пример решения

Для задачи коммивояжера задана матрица расстояний между городами. Вычислить длину маршрута (4,3,2,1,4)

∞ 23 25 19

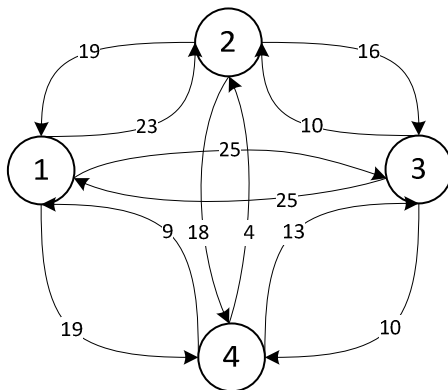
19 ∞ 16 18

25 10 ∞ 10

9 4 13 ∞

Решение

Строим граф.



Находим длину маршрута (4,3,2,1,4):

4-3	13
3-2	10
2-1	19
1-4	19

Длина = $13+10+19+19=61$.

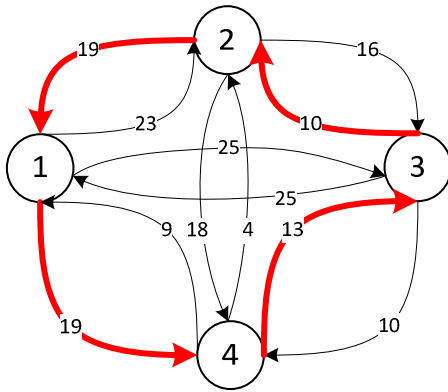
Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Покажем данный путь на графе.



Далее найдем маршрут минимальной длины.

Редуцируем исходную матрицу маршрутов по строкам (вычитаем минимальный элемент в строке из всех элементов строки).

	1	2	3	4	
1	100	23	25	19	19
2	19	100	16	18	16
3	25	10	100	10	10
4	9	4	13	100	4
	1	2	3	4	
1	81	4	6	0	
2	3	84	0	2	
3	15	0	90	0	
4	5	0	9	96	

Расположение нулевых элементов в матрице не позволяет образовать систему из 4-х независимых нулей.

Редуцируем матрицу по столбцам.

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

	1	2	3	4
1	81	4	6	0
2	3	84	0	2
3	15	0	90	0
4	5	0	9	96
	3	0	0	0
	1	2	3	4
1	78	4	6	0
2	0	84	0	2
3	12	0	90	0
4	2	0	9	96

Расположение нулевых элементов в матрице не позволяет образовать систему из 4-х независимых нулей.

Сумма констант приведения определяет нижнюю границу H :

$$H = \sum d_i + \sum d_j$$

$$H = 19 + 16 + 10 + 4 + 3 = 52.$$

Определяем ребро ветвления и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i^*,j^*) .

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на M (бесконечность) и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

$i \ j$	1	2	3	4	d_i
1	M	4	6	0(4)	4
2	0(2)	M	0(6)	2	0
3	12	0(0)	M	0(0)	0
4	2	0(2)	9	M	2
d_j	2	0	6	0	0

$$d(1,4) = 4 + 0 = 4; \quad d(2,1) = 0 + 2 = 2; \quad d(2,3) = 0 + 6 = 6; \quad d(3,2) = 0 + 0 = 0; \quad d(3,4) = 0 + 0 = 0; \quad d(4,2) = 2 + 0 = 2;$$

Наибольшая сумма констант приведения равна $(0 + 6) = 6$ для ребра $(2,3)$,

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

следовательно, множество разбивается на два подмножества (2,3) и (2*,3*).

Исключение ребра (2,3) проводим путем замены элемента $d_{23} = 0$ на М, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (2*,3*), в результате получим редуцированную матрицу.

i j	1	2	3	4	d_i
1	М	4	6	0	0
2	0	М	М	2	0
3	12	0	М	0	0
4	2	0	9	М	0
d_j	0	0	6	0	6

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

$$H(2^*,3^*) = 52 + 6 = 58$$

Включение ребра (2,3) проводится путем исключения всех элементов 2-ой строки и 3-го столбца, в которой элемент d_{32} заменяем на М, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (3 x 3), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

i j	1	2	4	d_i
1	М	4	0	0
3	12	М	0	0
4	2	0	М	0
d_j	2	0	0	2

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

$$\sum d_i + \sum d_j = 2$$

Нижняя граница подмножества (2,3) равна:

$$H(2,3) = 52 + 2 = 54 \leq 58$$

Поскольку нижняя граница этого подмножества (2,3) меньше, чем подмножества (2*,3*), то ребро (2,3) включаем в маршрут с новой границей $H = 54$

Определяем ребро ветвления и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i*,j*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на М(бесконечность) и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

i j	1	2	4	d _i
1	M	4	0(4)	4
3	10	M	0(10)	10
4	0(10)	0(4)	M	0
d _j	10	4	0	0

$$d(1,4) = 4 + 0 = 4; d(3,4) = 10 + 0 = 10; d(4,1) = 0 + 10 = 10; d(4,2) = 0 + 4 = 4;$$

Наибольшая сумма констант приведения равна $(0 + 10) = 10$ для ребра (4,1), следовательно, множество разбивается на два подмножества (4,1) и (4*,1*).

Исключение ребра (4,1) проводим путем замены элемента $d_{41} = 0$ на М, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (4*,1*), в результате получим редуцированную матрицу.

i j	1	2	4	d _i
1	M	4	0	0
3	10	M	0	0
4	M	0	M	0
d _j	10	0	0	10

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

$$H(4^*,1^*) = 54 + 10 = 64$$

Включение ребра (4,1) проводится путем исключения всех элементов 4-ой строки и 1-го столбца, в которой элемент d_{14} заменяем на М, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (2 x 2), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

i j	2	4	d _i
1	4	M	4
3	M	0	0
d _j	4	0	8

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

$$\sum d_i + \sum d_j = 8$$

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Нижняя граница подмножества (4,1) равна:

$$H(4,1) = 54 + 8 = 62 \leq 64$$

Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,1) меньше, чем подмножества (4*,1*), то ребро (4,1) включаем в маршрут с новой границей $H = 62$

В соответствии с этой матрицей включаем в гамильтонов маршрут ребра (1,2) и (3,4).

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(2,3), (3,4), (4,1), (1,2).

Длина маршрута равна $F(M_k) = 58$.

Покажем минимальный путь на графе.

