

## Тема: Линейное программирование. Метод искусственного базиса

ЗАДАНИЕ. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$f = 2X_1 + X_2 - 2X_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ. Будем решать эквивалентную задачу

$$F = -2X_1 - X_2 + 2X_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

Введем дополнительные переменные, чтобы привести задачу к каноническому виду:

$$F = -2X_1 - X_2 + 2X_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 - X_4 = 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 - X_5 = 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 - X_6 = 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6). \end{cases}$$

Так как нет единичных векторов, вводим искусственный базис:

$$F = -2X_1 - X_2 + 2X_3 - Mz_1 - Mz_2 - Mz_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 - X_4 + z_1 = 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 - X_5 + z_2 = 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 - X_6 + z_3 = 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6). \end{cases}$$

Получили расширенную задачу с опорным планом (0,0,0,0,0,0,8,2,1). Составим симплекс-таблицу:

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1	z2	z3
z1	8	1	1	-1	-1	0	0	1	0	0
z2	2	1	-1	2	0	-1	0	0	1	0
z3	1	-2	-8	<b>3</b>	0	0	-1	0	0	1
F	-11M	2	8M+1	-4M-2	M	M	M	0	0	0

В последней оценочной строке есть отрицательные оценки (смотрим на коэффициенты при M, пока искусственный базис не выйдет), поэтому нужно делать шаг симплекс-метода. Выбираем столбец с наименьшей оценкой, а затем разрешающий элемент – по наименьшему отношению свободных членов к коэффициентам столбца (последний столбец). Результат шага запишем в таблицу (разрешающий элемент будем выделять жирным). Аналогично будем повторять шаги.

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1	z2	z3
z1	25/3	1/3	-5/3	0	-1	0	-1/3	1	0	1/3
z2	4/3	7/3	<b>13/3</b>	0	0	-1	2/3	0	1	-2/3
x3	1/3	-2/3	-8/3	1	0	0	-1/3	0	0	1/3
F	-29/3M+2/3	-8/3M+2/3	-8/3M-13/3	0	M	M	-1/3M-2/3	0	0	4/3M+2/3

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1	z2	z3
z1	115/13	16/13	0	0	-1	-5/13	-1/13	1	5/13	1/13
x2	4/13	<b>7/13</b>	1	0	0	-3/13	2/13	0	3/13	-2/13
x3	15/13	10/13	0	1	0	-8/13	1/13	0	8/13	-1/13
F	-115/13M+2	-16/13M+3	0	0	M	5/13M-1	1/13M	0	8/13M+1	12/13M

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1	z2	z3
z1	57/7	0	-16/7	0	-1	<b>1/7</b>	-3/7	1	-1/7	3/7
x1	4/7	1	13/7	0	0	-3/7	2/7	0	3/7	-2/7
x3	5/7	0	-10/7	1	0	-2/7	-1/7	0	2/7	1/7
F	-57/7M+2/7	0	16/7M-39/7	0	M	-1/7M+2/7	3/7M-6/7	0	8/7M-2/7	4/7M+6/7

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1	z2	z3
x5	57	0	<b>-16</b>	0	-7	1	-3	7	-1	3
x1	25	1	<b>-5</b>	0	-3	0	-1	3	0	1
x3	17	0	<b>-6</b>	1	-2	0	-1	2	0	1
F	-16	0	-1	0	2	0	0	M-2	M	M

Искусственный базис выведен, но в единственном столбце с отрицательной оценкой ( $X_2$ ) все коэффициенты отрицательны, то есть **функция не ограничена на множестве допустимых решений, оптимальный план найти невозможно.**