

Пример решения: обработка данных в психологии

Различаются ли учащиеся 1 и 2 класса по уровню овладения внутренним планом действия (ВПД)

Уровни	1 класс	2 класс
I	81	4
II	61	29
III	40	37
IV	8	22
V	2	6

Решение.

Для сравнения двух эмпирических распределений используем χ^2 – критерий Пирсона

Алгоритм расчёта критерия χ^2

1. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты ($f_{эj}$) (первый столбец).
2. Рядом с каждой эмпирической частотой записать теоретическую частоту (f_{Tj}) (второй столбец).
3. Подсчитать разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записать их в третий столбец ($f_{эj} - f_{Tj}$).
4. Возвести в квадрат полученные разности, и занести их в четвертый столбец $(f_{эj} - f_{Tj})^2$.
5. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и записать результаты в пятый столбец.
6. Просуммировать значения пятого столбца. Полученную сумму обозначить как $\chi^2_{эмт}$:

$$\chi^2_{эмт} = \sum_{j=1}^k \frac{(f_{эj} - f_{Tj})^2}{f_{Tj}}$$

7. Определить число степеней свободы по формуле: $\nu = k - 1$, где k –

количество разрядов признака. Если $\nu = 1$, внести поправку на «непрерывность». Все расчёты производятся по предложенному алгоритму, эмпирическое значение критерия вычисляют по формуле

$$\chi^2_{\text{эм}} = \sum_{j=1}^k \frac{(f_{\text{э}j} - f_{Tj} - 0,5)^2}{f_{Tj}}$$

8. Определить критические значения для данного числа степеней свободы ν . Различия между двумя распределениями могут считаться статистически достоверными, если $\chi^2_{\text{эм}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,05}$, и ещё более достоверными, если $\chi^2_{\text{эм}}$.

Составляем расчетную таблицу χ^2 критерия.

№	Уровни	Эмпирические частоты				Суммы	Теоретические частоты			
		1 класс		2 класс			1 класс		2 класс	
1	I	А	81	Б	4	85	А	56,28	Б	28,72
2	II	В	61	Г	29	90	В	59,59	Г	30,41
3	III	Д	40	Е	37	77	Д	50,98	Е	26,02
4	IV	Ж	8	З	22	30	Ж	19,86	З	10,14
5	V	И	2	К	6	8	И	5,30	К	2,70

Ячейки частот	Эмпирич	Теорети	$(f_{\text{э}} - f_{T})$	$(f_{\text{э}} - f_{T})^2$	$(f_{\text{э}} - f_{T})^3 / f_{T}$
2	А	81	56,28	24,72	611,28
2	Б	4	28,72	-24,72	611,28
3	В	61	59,59	1,41	2,00
4	Г	29	30,41	-1,41	2,00
5	Д	40	50,98	-10,98	120,55
6	Е	37	26,02	10,98	120,55
7	Ж	8	19,86	-11,86	140,71
8	З	22	10,14	11,86	140,71
9	И	2	5,30	-3,30	10,87
10	К	6	2,70	3,30	10,87
					66,28

Число степеней свободы при сопоставлении двух эмпирических распределений определяется по формуле:

$$v=(k-1) \cdot (c-1)$$

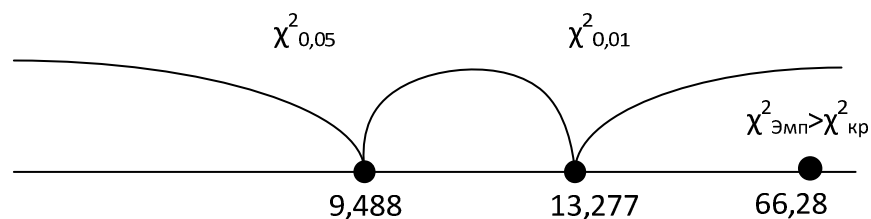
где k - количество разрядов признака (строк в таблице эмпирических частот);

c - количество сравниваемых распределений (столбцов в таблице эмпирических частот).

$$v = (5-1) \cdot (2-1) = 4$$

$$\chi_{кр}^2 = \begin{cases} 9,488 & (p \leq 0,05) \\ 13,277 & (p \leq 0,01) \end{cases}$$

Построим "ось значимости".



Поскольку эмпирическое значение $\chi^2_{\text{эмп}} = 66,28$ гораздо больше обоих критических значений, то H_0 отвергается.

Учащиеся 1 и 2 класса **различаются** по уровню овладения внутренним планом действия (ВПД).