

Пример решения задачи. Упрощение булевых формул

Задача. Привести данные выражения к ДНФ, пользуясь правилами де Моргана. Если возможно, сократить ДНФ, используя свойство поглощения и правило Блейка:

7. а) $\overline{xy(x\bar{y}z \vee \bar{x}y)}$;

б) $x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz$.

Решение.

а) «Понижаем» отрицания по правилу де Моргана. Получаем:

$$\begin{aligned} \overline{xy(x\bar{y}z \vee \bar{x}y)} &= \overline{(x \vee y)(x\bar{y}z \vee \bar{x}y)} = \overline{(x \vee y)} \vee \overline{(x\bar{y}z \vee \bar{x}y)} = \\ &= (\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\overline{x\bar{y}z} \wedge \overline{\bar{x}y}) = xy \vee (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y}) = xy \vee (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y}) \end{aligned}$$

Открываем скобки:

$$\begin{aligned} xy \vee (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y}) &= xy \vee \bar{x}x \vee xy \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee y\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} = \\ &= xy \vee xy \vee 0 \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee 0 \vee \bar{y}\bar{z} = xy \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \end{aligned}$$

Т.к. $yx \vee \bar{y}\bar{z} \vee x\bar{z} = yx \vee \bar{y}\bar{z}$ по правилу Блейка $xK_1 \vee \bar{x}K_2 = xK_1 \vee \bar{x}K_2 \vee K_2K_1$, то получаем: $xy \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} = (yx \vee \bar{y}\bar{z} \vee x\bar{z}) \vee \bar{x}\bar{y} = yx \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$.

Следовательно, $\overline{xy(x\bar{y}z \vee \bar{x}y)} = xy \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$.

б) $x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz = x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz =$
 $= x\bar{z}(\bar{y} \vee y) \vee \bar{x}z(\bar{y} \vee y) = x\bar{z} \vee \bar{x}z$