

Булевы функции. Пример решения задачи

Для булевой функции $f(x, y, z)$ найти методом преобразования минимальную ДНФ. По таблице истинности построить СКНФ. По минимальной ДНФ построить релейно-контактную схему.

$$f(x, y, z) = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z})$$

Решение.

Для булевой функции $f(x, y, z)$ найдем методом преобразования минимальную ДНФ.

По свойству дистрибутивности, $(\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) = (\bar{x} \wedge \bar{z}) \vee \bar{y}$. Имеем:

$$f(x, y, z) = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z}) = ((\bar{x} \wedge \bar{z}) \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z}).$$

Далее будем пользоваться свойством импликации ($A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$) и законами де Моргана ($\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$, $\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$). Имеем:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z}) = ((\bar{x} \wedge \bar{z}) \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z}) = \\ &= \overline{(\bar{x} \wedge \bar{z}) \vee \bar{y}} \vee \bar{x} \vee \bar{z} = \overline{(\bar{x} \wedge \bar{z})} \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \vee \bar{z} = (x \vee z) \wedge y \vee \bar{x} \vee \bar{z} = \end{aligned}$$

По свойству дистрибутивности $(x \vee z) \wedge y = x \wedge y \vee z \wedge y$. Имеем:

$$f(x, y, z) = (x \vee z) \wedge y \vee \bar{x} \vee \bar{z} = x \wedge y \vee z \wedge y \vee \bar{x} \vee \bar{z} = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}.$$

Итак, минимальная ДНФ для функции $f(x, y, z)$: $\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$.

Построим таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$:

x	y	z	\bar{x}	$\bar{x} \vee y$	\bar{z}	$\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1

По таблице истинности построим СКНФ.

В ячейках строки $\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$ отмечаются лишь те комбинации, которые приводят логическое выражение в состояние нуля. Такая строка одна – это шестая строка. Она содержит 0 в указанном поле. Отметим значения всех четырех переменных, это:

$$x = 1,$$

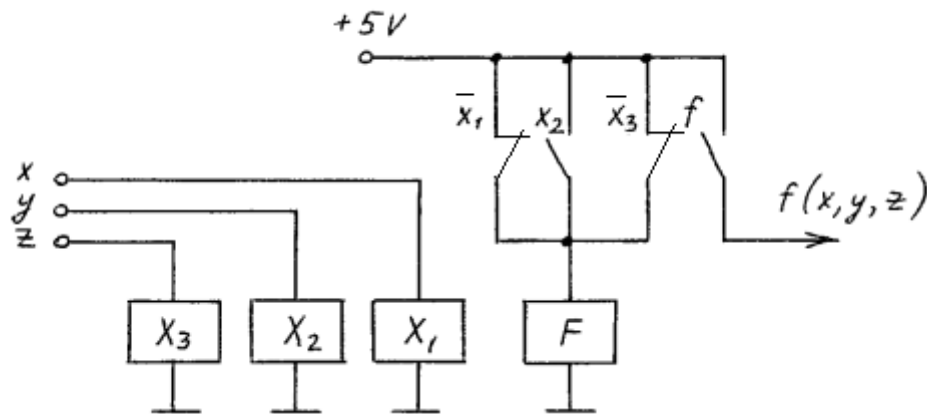
$$y = 0,$$

$$z = 1.$$

В дизъюнкцию записывается переменная без инверсии, если она в наборе равна 0, и с инверсией, если она равна 1. Первый член СКНФ (в нашем случае единственный) рассматриваемой функции выглядит так: $\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$.

По минимальной ДНФ построим релейно-контактную схему.

Ранее получена минимальная ДНФ: $f(x, y, z) = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$. Следовательно, релейно-контактная схема имеет вид:



Это релейно-контактная схема реализации переключательной функции $f(x, y, z) = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$ с реле-повторителями сигналов датчиков.

Ответ: Минимальная ДНФ: $\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$;

СКНФ: $\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$;