

Решение задачи по математической логике

Исчисление предикатов

Разбить высказывание на элементарные и записать в виде кванторной формулы логики предикатов наименьшей местности. Привести формулу к предваренной нормальной форме:

«Через две различные точки проходит единственная прямая»

Решение. Введем элементарные предикаты наименьшей местности

$$P(x) = \{x - \text{точка}\},$$

$$L(x) = \{x - \text{прямая}\},$$

$$B(x, y) = \{x \text{ проходит через } y\},$$

$$N(x, y) = \{x \text{ не совпадает с } y\}.$$

Тогда формулу «Через две различные точки проходит единственная прямая» можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & (\forall x \forall y (P(x) \wedge P(y) \wedge N(x, y)) \Rightarrow \\ & \Rightarrow \exists z (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge \forall w ((L(w) \wedge B(w, x) \wedge B(w, y)) \Rightarrow \overline{N(z, w)}) \end{aligned}$$

То есть для любых двух не совпадающих точек x, y существует прямая z , которая проходит через данные точки и любая прямая w , также проходящая через эти точки, совпадает с z (то есть z единственная такая прямая).

Приведем формулу к предваренной нормальной форме.

Исключаем импликацию:

$$\begin{aligned} & \overline{(\forall x \forall y (P(x) \wedge P(y) \wedge N(x, y)) \Rightarrow} \\ & \vee (\exists z (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge \forall w ((L(w) \wedge B(w, x) \wedge B(w, y)) \vee \overline{N(z, w)})) \end{aligned}$$

Заносим отрицания до атомарных формул.

$$\begin{aligned} & \exists x \exists y (\overline{P(x) \wedge P(y) \wedge N(x, y)}) \vee \\ & \vee (\exists z (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge \forall w ((L(w) \wedge B(w, x) \wedge B(w, y)) \vee \overline{N(z, w)})) \end{aligned}$$

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\begin{aligned} & \exists x \exists y (\overline{P(x)} \vee \overline{P(y)} \vee \overline{N(x, y)}) \vee \\ & \vee (\exists z (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge \forall w (\overline{L(w)} \vee \overline{B(w, x)} \vee \overline{B(w, y)} \vee \overline{N(z, w)})) \end{aligned}$$

Переименовываем связанные переменные. Нет необходимости.

$$\begin{aligned} & \exists x \exists y (\overline{P(x)} \vee \overline{P(y)} \vee \overline{N(x, y)}) \vee \\ & \vee (\exists z (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge \forall w (\overline{L(w)} \vee \overline{B(w, x)} \vee \overline{B(w, y)} \vee \overline{N(z, w)})) \end{aligned}$$

Переносим кванторы в начало формулы.

$$\begin{aligned} & \exists x \exists y \exists z \forall w (\overline{P(x)} \vee \overline{P(y)} \vee \overline{N(x, y)}) \vee \\ & \vee (L(z) \wedge B(z, x) \wedge B(z, y)) \wedge (\overline{L(w)} \vee \overline{B(w, x)} \vee \overline{B(w, y)} \vee \overline{N(z, w)}) \end{aligned}$$

Получили предварительную нормальную форму.