

Матричное уравнение

Пример решения задачи

Задача. Даны матрицы A и B , найти неизвестную матрицу X , удовлетворяющую данному матричному уравнению.

$$(X + A)B = 2X,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение. Сначала преобразуем уравнение:

$$(X + A)B = 2X,$$

$$XB + AB = 2X,$$

$$XB - 2X = -AB,$$

$$X(B - 2E) = -AB,$$

$$X = -AB(B - 2E)^{-1}.$$

Вычисляем.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-4 & -4-10 \\ 0+6 & 0+15 \\ 1+2 & 4+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$C = B - 2E = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Вычисляем обратную матрицу по формуле $C^{-1} = \frac{1}{C} \tilde{C}^T$.

Определитель матрицы:

$$|C| = \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -9 + 8 = -1.$$

Матрица алгебраических дополнений:

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица:

$$C^{-1} = -\frac{1}{1} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}^T = -\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Получаем:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=aglin

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$X = -AB(B - 2E)^{-1} = -AB \cdot C^{-1} = -\begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= -\begin{pmatrix} 15 - 28 & 20 - 42 \\ -18 + 30 & -24 + 45 \\ -9 + 18 & -12 + 27 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} -13 & -22 \\ 12 & 21 \\ 9 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 22 \\ -12 & -21 \\ -9 & -15 \end{pmatrix}.$$

Получили $X = \begin{pmatrix} 13 & 22 \\ -12 & -21 \\ -9 & -15 \end{pmatrix}.$