

## Общее и базисное решение системы уравнений

### Пример решения задачи по алгебре

**Задача.** Системы уравнений привести к равносильным разрешенным системам, включив в набор разрешенных неизвестных  $x_1, x_2, x_3$ . Записать общее решение, найти соответствующее базисное решение. Переразрешить систему и записать новое общее и соответствующее базисное решения.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 16x_5 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 11x_4 + 24x_5 = 20, \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 16x_4 + 35x_5 = 29. \end{cases}$$

**Решение.** Запишем систему в виде матрицы (таблицы):

2	1	4	7	16	12
3	3	5	11	24	20
4	5	7	16	35	29

Преобразуем ее к равносильной матрице системы, включив в набор разрешенных неизвестных  $x_1, x_2, x_3$ .

Вычитаем из второй строки первую, умноженную на 3. Вычитаем из третьей строки первую, умноженную на 5. Получаем:

2	1	4	7	16	12
-3	0	-7	-10	-24	-16
-6	0	-13	-19	-45	-31

Вычтем из третьей строки вторую, умноженную на 2.

2	1	4	7	16	12
-3	0	-7	-10	-24	-16
0	0	1	1	3	1

Вычитаем из первой строки третью, умноженную на 4. Прибавим к второй строке третью, умноженную на 7.

2	1	0	3	4	8
-3	0	0	-3	-3	-9
0	0	1	1	3	1

Делим вторую строку на (-3).

2	1	0	3	4	8
1	0	0	1	1	3
0	0	1	1	3	1

Вычитаем из первой строки вторую, умноженную на 2.

0	1	0	1	2	2
1	0	0	1	1	3
0	0	1	1	3	1

Пришли к системе:

$$\begin{cases} x_2 + x_4 + 2x_5 = 2, \\ x_1 + x_4 + x_5 = 3, \\ x_3 + x_4 + 3x_5 = 1. \end{cases}$$

Разрешаем относительно  $x_1, x_2, x_3$ , получаем:

$$\begin{cases} x_2 = 2 - x_4 - 2x_5, \\ x_1 = 3 - x_4 - x_5, \\ x_3 = 1 - x_4 - 3x_5. \end{cases}$$

Общее решение:

$$\begin{cases} x_1 = 3 - C_1 - C_2, \\ x_2 = 2 - C_1 - 2C_2, \\ x_3 = 1 - C_1 - 3C_2, \\ x_4 = C_1, \\ x_5 = C_2. \end{cases}$$

Базисное решение:

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 2, \\ x_3 = 1, \\ x_4 = 0, \\ x_5 = 0. \end{cases}$$

Переразрешим систему и запишем новое общее и соответствующее базисное решения.  
Рассмотрим предпоследний шаг:

2	1	0	3	4	8
1	0	0	1	1	3
0	0	1	1	3	1

Вычитаем из первой строки вторую, умноженную на 3. Вычитаем из третьей строки вторую.

-1	1	0	0	1	-1
1	0	0	1	1	3
-1	0	1	0	2	-2

Это система вида:

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

Еще примеры: [https://www.matburo.ru/ex\\_ag.php?p1=aglin](https://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=aglin)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_5 = -1, \\ x_1 + x_4 + x_5 = 3, \\ -x_1 + x_3 + 2x_5 = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = -1 + x_1 - x_5, \\ x_4 = 3 - x_1 - x_5, \\ x_3 = -2 + x_1 - 2x_5. \end{cases}$$

Общее решение:

$$\begin{cases} x_1 = C_1, \\ x_2 = -1 + C_1 - C_2, \\ x_3 = -2 + C_1 - 2C_2, \\ x_4 = 3 - C_1 - C_2, \\ x_5 = C_2. \end{cases}$$

Базисное решение:

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ x_2 = -1, \\ x_3 = -2, \\ x_4 = 3, \\ x_5 = 0. \end{cases}$$