

## Решение графическим методом задач линейного программирования

ЗАДАНИЕ.

Решите графически следующие задачи линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ.

Построим область допустимых решений задачи, ограниченную неравенствами

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

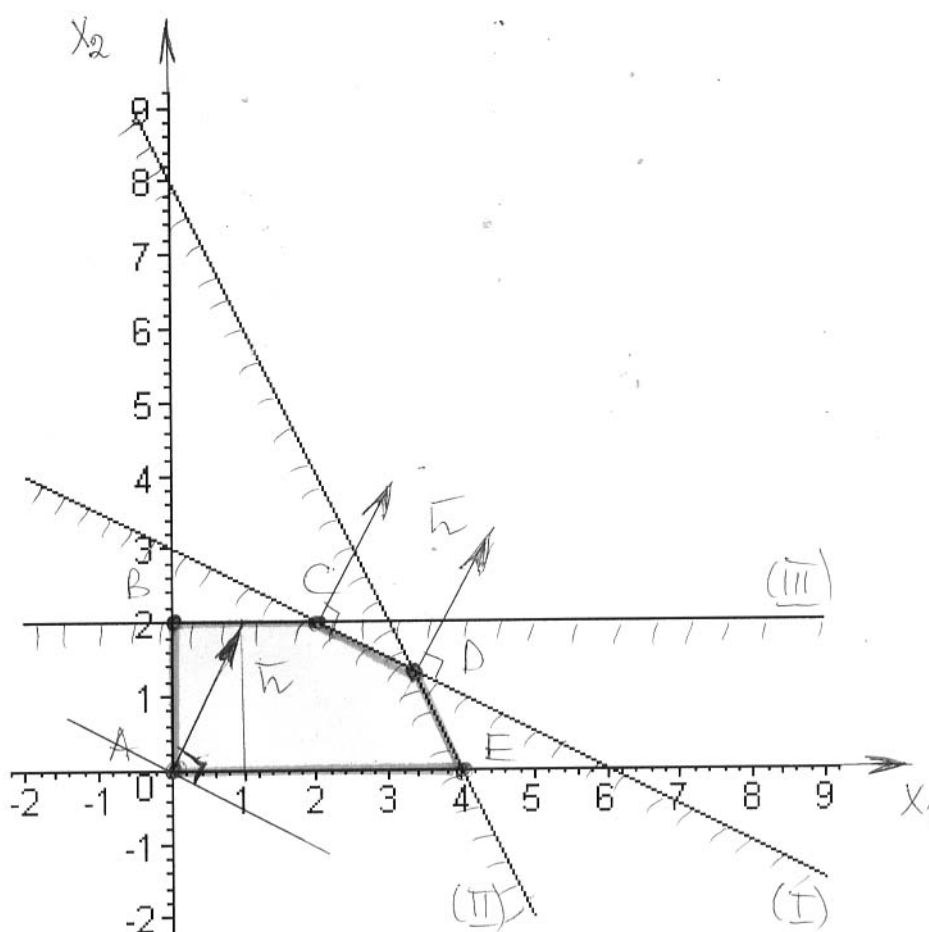
Строим прямые, выделяем нужные полуплоскости штриховкой:

(I)  $x_1 + 2x_2 = 6$ , точки (6,0), (0, 3).

(II)  $2x_1 + x_2 = 8$ , точки (4, 0), (0, 8).

(III)  $x_2 = 2$ .

Получаем ограниченную выпуклую область  $ABCDE$  в первой четверти



Ищем  $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ .

Строим линию уровня целевой функции  $x_1 + 2x_2 = 0$  и вектор градиента  $\bar{n} = (1, 2)$ . Двигаем линию уровня параллельно себе по направлению градиента – направлению возрастания функции (см. рисунок), пока не достигнем последней точки области.

Видно, что это произойдет на отрезке  $CD$  прямой  $(I)$ , где  $x_1 + 2x_2 = 6$ . Получаем, что минимум целевой функции достигается в любой точке отрезка  $CD$  (бесконечное число оптимальных планов) и равен  $F_{\max} = F(CD) = F(x_1 + 2x_2) = 6$ .