

Составление и решение транспортной задачи в Excel

ЗАДАНИЕ.

Исходные данные задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху - мощности потребителей.

Сформулировать экономико-математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план закрепления поставщиков за потребителями, установить единственность или не единственность оптимального плана, используя Поиск решений.

	150	40	110	50
70	9	5	10	7
80	11	8	9	6
90	7	6	5	4
110	6	4	3	2

РЕШЕНИЕ.

Экономико-математическая модель.

Искомый объем перевозки от i -ого поставщика к j -ому потребителю обозначим через x_{ij} , $i, j = 1, 2, 3, 4$. Тогда определяются ограничения для условия реализации всех мощностей:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 70 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 80 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 90 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 110 \end{cases}$$

Общий объем поставок $70+80+90+110=350$.

Ограничения для удовлетворения спроса всех потребителей:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 150 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 40 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 110 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 50 \end{cases}$$

Общие потребности $150+40+110+50=350$.

Задача имеет сбалансированную (закрытую) форму (объем поставок равен спросу).

Очевидно, что объем перевозимого груза не может быть отрицательным, поэтому следует

ввести дополнительное ограничение: $x_{ij} \geq 0$.

Суммарные затраты на перевозку выражаются через удельные транспортные затраты и определяют целевую функцию.

$$F = 9x_{11} + 5x_{12} + 10x_{13} + 7x_{14} + 11x_{21} + 8x_{22} + 9x_{23} + 6x_{24} + \\ + 7x_{31} + 6x_{32} + 5x_{33} + 4x_{34} + 6x_{41} + 4x_{42} + 3x_{43} + 2x_{44} \rightarrow \min.$$

Итак, получили задачу минимизации транспортных затрат:

$$F = 9x_{11} + 5x_{12} + 10x_{13} + 7x_{14} + 11x_{21} + 8x_{22} + 9x_{23} + 6x_{24} + \\ + 7x_{31} + 6x_{32} + 5x_{33} + 4x_{34} + 6x_{41} + 4x_{42} + 3x_{43} + 2x_{44} \rightarrow \min.$$

При ограничениях:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 70 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 80 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 90 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 110 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 150 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 40 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 110 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 50 \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, 3, 4$$

Табличная модель.

Вводим данные в таблицу Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	План перевозок							
2		Потребители						
3	Поставщики	B1	B2	B3	B4	Вывезено	Запасы	Остаток
4	A1	0	0	0	0	0	70	70
5	A2	0	0	0	0	0	80	80
6	A3	0	0	0	0	0	90	90
7	A4	0	0	0	0	0	110	110
8	Получено	0	0	0	0			
9	Потребность	150	40	110	50			
10	Недополучено	150	40	110	50			
11								
12								
13	Матрица тарифов							
14		Потребители						
15	Поставщики	B1	B2	B3	B4			
16	A1	9	5	10	7			
17	A2	11	8	9	6			
18	A3	7	6	5	4			
19	A4	6	4	3	2			
20								
21	Затраты	0						
22								

Рис. 1. Табличное представление модели задачи

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	План перевозок							
2		Потребители						
3	Поставщики	B1	B2	B3	B4	Вывезено	Запасы	Остаток
4	A1	0	0	-3,5527136788005E-10	0	=СУММ(B4:E4)	70	=G4-F4
5	A2	0	0	0	0	=СУММ(B5:E5)	80	=G5-F5
6	A3	0	0	0	0	=СУММ(B6:E6)	90	=G6-F6
7	A4	-9,99999997475243E-0	0	0	9,99876959895118E-0	=СУММ(B7:E7)	110	=G7-F7
8	Получено	=СУММ(B4:B7)	=СУММ(C4:C7)	=СУММ(D4:D7)	=СУММ(E4:E7)			
9	Потребность	150	40	110	50			
10	Недополучено	=B9-B8	=C9-C8	=D9-D8	=E9-E8			
11								
12								
13	Матрица тарифов							
14		Потребители						
15	Поставщики	B1	B2	B3	B4			
16	A1	9	5	10	7			
17	A2	11	8	9	6			
18	A3	7	6	5	4			
19	A4	6	4	3	2			
20								
21	Затраты	=СУММПРОИЗВ(B4:						
22								

Рис. 2. Табличная модель с формулами

Оптимизация. Сервис \Rightarrow Поиск решения.

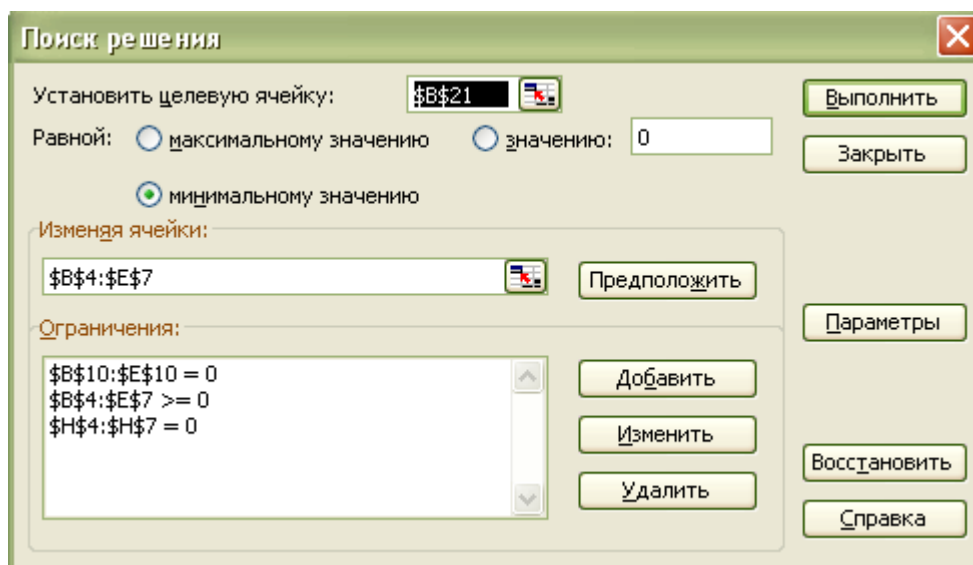


Рис. 3. Диалоговое окно надстройки Поиск решения

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	План перевозок							
2		Потребители						
3	Поставщики	B1	B2	B3	B4	Вывезено	Запасы	Остаток
4	A1	30	40	0	0	70	70	0
5	A2	30	0	0	50	80	80	0
6	A3	90	0	0	0	90	90	0
7	A4	0	0	110	0	110	110	0
8	Получено	150	40	110	50			
9	Потребность	150	40	110	50			
10	Недополучено	0	0	0	0			
11								
12								
13	Матрица тарифов							
14		Потребители						
15	Поставщики	B1	B2	B3	B4			
16	A1	9	5	10	7			
17	A2	11	8	9	6			
18	A3	7	6	5	4			
19	A4	6	4	3	2			
20								
21	Затраты	2060						
22								

Рис. 4. Решение транспортной задачи

Вывод: Минимальные суммарные затраты на перевозку груза равны 2060 д.е. Они достигаются путем распределения поставок, представленных в ячейках [B4:E7]. Так, например, поставщик A1 должен доставить груз только потребителю B1 в количестве 30 единиц и потребителю B2 в количестве 40 единиц. Поставщик A2 должен поставить груз к потребителю B1 в количестве 30

ед., к потребителю В4 – 50 ед. Поставщик А3 должен доставить груз только потребителю В1 в количестве 90 ед. Поставщик А4 должен доставить груз только потребителю В3 в количестве 110 ед.