

Транспортная задача: ручное решение и решение в Excel

ЗАДАНИЕ.

Решить транспортную задачу.

Базы\Магазины	1	2	3	4	Запасы
1	55	7	6	8	18
2	9	2	11	3	52
3	10	3	2	4	30
Спрос	33	16	45	6	

РЕШЕНИЕ.

Решаем задачу.

$$18+52+30=33+16+45+6=100.$$

Модель задачи закрытая (спрос = запасам).

Решаем задачу вручную.

Используя метод наименьшей стоимости, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	88[3]	7	6[15]	8	18
2	9[30]	2[16]	11	3[6]	52
3	10	3	2[30]	4	30
Спрос	33	16	45	6	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$.

Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$F(x) = 88 \cdot 3 + 6 \cdot 15 + 9 \cdot 30 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 30 = 734$$

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы u_i , v_j по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

$$u_1 + v_1 = 88; 0 + v_1 = 88; v_1 = 88$$

$$u_2 + v_1 = 9; 88 + u_2 = 9; u_2 = -79$$

$$u_2 + v_2 = 2; -79 + v_2 = 2; v_2 = 81$$

$$u_2 + v_4 = 3; -79 + v_4 = 3; v_4 = 82$$

$$u_1 + v_3 = 6; 0 + v_3 = 6; v_3 = 6$$

$$u_3 + v_3 = 2; 6 + u_3 = 2; u_3 = -4$$

	$v_1=88$	$v_2=81$	$v_3=6$	$v_4=82$
$u_1=0$	88[3]	7	6[15]	8

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$u_2=-79$	9[30]	2[16]	11	3[6]
$u_3=-4$	10	3	2[30]	4

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_j > c_{ij}$

(1;2): $0 + 81 > 7$; $\Delta_{12} = 0 + 81 - 7 = 74$
 (1;4): $0 + 82 > 8$; $\Delta_{14} = 0 + 82 - 8 = 74$
 (3;1): $-4 + 88 > 10$; $\Delta_{31} = -4 + 88 - 10 = 74$
 (3;2): $-4 + 81 > 3$; $\Delta_{32} = -4 + 81 - 3 = 74$
 (3;4): $-4 + 82 > 4$; $\Delta_{34} = -4 + 82 - 4 = 74$
 $\max(74,74,74,74,74) = 74$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;2): 7

Для этого в перспективную клетку (1;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	88[3][-]	7[+]	6[15]	8	18
2	9[30][+]	2[16][-]	11	3[6]	52
3	10	3	2[30]	4	30
Спрос	33	16	45	6	

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. $y = \min(1, 1) = 3$. Прибавляем 3 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 3 из X_{ij} , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	88	7[3]	6[15]	8	18
2	9[33]	2[13]	11	3[6]	52
3	10	3	2[30]	4	30
Спрос	33	16	45	6	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы u_i, v_j , по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

$u_1 + v_2 = 7$; $0 + v_2 = 7$; $v_2 = 7$
 $u_2 + v_2 = 2$; $7 + u_2 = 2$; $u_2 = -5$
 $u_2 + v_1 = 9$; $-5 + v_1 = 9$; $v_1 = 14$
 $u_2 + v_4 = 3$; $-5 + v_4 = 3$; $v_4 = 8$
 $u_1 + v_3 = 6$; $0 + v_3 = 6$; $v_3 = 6$
 $u_3 + v_3 = 2$; $6 + u_3 = 2$; $u_3 = -4$

	$v_1=14$	$v_2=7$	$v_3=6$	$v_4=8$
$u_1=0$	88	7[3]	6[15]	8
$u_2=-5$	9[33]	2[13]	11	3[6]
$u_3=-4$	10	3	2[30]	4

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \leq c_{ij}$.

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Минимальные затраты составят: $F(x) = 7*3 + 6*15 + 9*33 + 2*13 + 3*6 + 2*30 = 512$.

Анализ оптимального плана.

Из 1-й базы необходимо груз направить в 2-й магазин (3), в 3-й магазин (15)

Из 2-й базы необходимо груз направить в 1-й магазин (33), в 2-й магазин (13), в 4-й магазин (6)

Из 3-й базы необходимо весь груз направить в 3-й магазин

Далее решаем в Excel.

Вводим данные в Excel.

	A	B	C	D	E	F
1		Матрица транспортных затрат				
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
3	1	55	7	6	8	18
4	2	9	2	11	3	52
5	3	10	3	2	4	30
6	Спрос	33	16	45	6	

Создаем матрицу пока неизвестных перевозок, находим сумму по строкам и столбцам и находим суммарную стоимость перевозок.

	A	B	C	D	E	F
1		Матрица транспортных затрат				
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
3	1	55	7	6	8	18
4	2	9	2	11	3	52
5	3	10	3	2	4	30
6	Спрос	33	16	45	6	
7						
8		Матрица перевозок				сумма
9						0
10						0
11						0
12	сумма	0	0	0	0	
13						
14	Суммарная стоимость перевозок				0	
15						

Формульный вид.

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

	A	B	C	D	E	F	
1		Матрица транспортных затрат					
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы	
3	1	55	7	6	8	18	
4	2	9	2	11	3	52	
5	3	10	3	2	4	30	
6	Спрос	33	16	45	6		
7							
8		Матрица перевозок				сумма	
9						=СУММ(B9:E9)	
10						=СУММ(B10:E10)	
11						=СУММ(B11:E11)	
12	сумма	=СУММ(B9:B11)	=СУММ(C9:C11)	=СУММ(D9:D11)	=СУММ(E9:E11)		
13							
14	Суммарная стоимость перевозок				=СУММПРОИЗВ(B3:E5;B9:E11)		

Далее запускаем надстройку Поиск решения и заполняем.

	A	B	C	D	E	F	
1		Матрица транспортных затрат					
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы	
3	1	55	7	6	8	18	
4	2	9	2	11	3	52	
5	3	10	3	2	4	30	
6	Спрос	33	16	45	6		
7							
8		Матрица перевозок				сумма	
9						0	
10						0	
11						0	
12	сумма	0	0	0	0		
13							
14	Суммарная стоимость перевозок				0		

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Получаем решение.

Матрица транспортных затрат					
Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
1	55	7	6	8	18
2	9	2	11	3	52
3	10	3	2	4	30
Спрос	33	16	45	6	
Матрица перевозок					сумма
	0	0	18	0	18
	33	16	0	3	52
	0	0	27	3	30
сумма	33	16	45	6	
Суммарная стоимость перевозок				512	

Далее решаем ту же задачу, но запрещаем маршрут, соответствующий максимальной оптимальной перевозке для 1 базы – это перевозка в количестве 18 в 3 магазин.

	A	B	C	D	E	F
1	Матрица транспортных затрат					
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
3	1	55	7	6	8	18
4	2	9	2	11	3	52
5	3	10	3	2	4	30
6	Спрос	33	16	45	6	
7						
8	Матрица перевозок					сумма
9			0			0
10						0
11						0
12	сумма	0	0	0	0	
13						
14	Суммарная стоимость перевозок				0	

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Получаем.

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Матрица транспортных затрат					
Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
1	55	7	6	8	18
2	9	2	11	3	52
3	10	3	2	4	30
Спрос	33	16	45	6	
Матрица перевозок					сумма
	0	12	0	6	18
	33	4	15	0	52
	0	0	30	0	30
сумма	33	16	45	6	
Суммарная стоимость перевозок				662	

Минимальная стоимость перевозки увеличилась на $662 - 512 = 150$ ед.

Увеличиваем спрос на 10%.

Решаем.

	A	B	C	D	E	F
1	Матрица транспортных затрат					
2	Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы
3	1	55	7	6	8	18
4	2	9	2	11	3	52
5	3	10	3	2	4	30
6	Спрос	36,3	17,6	49,5	6,6	
7	Матрица перевозок					сумма
9						0
10						0
11						0
12	сумма	0	0	0	0	
14	Суммарная стоимость перевозок				0	

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Получаем.

Решение задания выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=tzexcel
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

		Матрица транспортных затрат				
Базы\ Магазины	1	2	3	4	Запасы	
1	55	7	6	8	18	
2	9	2	11	3	52	
3	10	3	2	4	30	
Спрос	36,3	17,6	49,5	6,6		
		Матрица перевозок				сумма
		0	0	18	0	18
		29	17	0	6	52
		0	0	30	0	30
сумма	29	17	48	6		
Суммарная стоимость перевозок				481		

Минимальная стоимость уменьшилась по сравнению с ТЗ_1 на $512 - 481 = 31$.