# Тема: Полное исследование функции с помощью производных

**Задание.** *Проведите полное исследование функции и постройте график*

$y=\ln\left(4-x^2\right)$

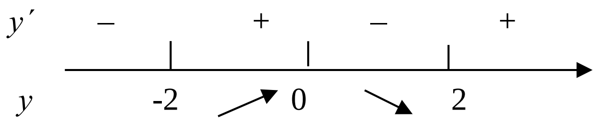
**Решение:**

1) Область определения
$4-x^2>0,$
$(x-2)(x+2)<0.$
То есть $D(y)=(-2;2)$.
Рассмотрим односторонние пределы:
$\lim\limits_{x\to-2+0} y(x)=\lim\limits_{x\to-2+0}\ln(4-x^2)=\left(\ln(+0)\right)=-\infty$,
$\lim\limits_{x\to2-0} y(x)=\lim\limits_{x\to+2-0}\ln(4-x^2)=\left(\ln(+0)\right)=-\infty$.
То есть $x=2,\ x=-2$ - вертикальные односторонние асимптоты.

2) Точки пересечения с осями координат.
Ось $Ox$: $y=\ln\left(4-x^2\right)=0$, $4-x^2=1,\ \ x=\sqrt{3}\approx1,7,\ \ x=-\sqrt{3}\approx-1,7$, точки (1,7; 0), (-1,7,0)
Ось $Oy$: $x=0\Rightarrow y=\ln4\approx1,4$. Точка (0, 1,4).

3) Функция четная, так как
$y(-x)=\ln\left(4-(-x)^2\right)=\ln\left(4-x^2\right)=y(x)$. График симметричен относительно оси $Oy$.

4) Экстремумы и монотонность.
Вычисляем первую производную:
$y'=\left(\ln\left(4-x^2\right)\right)'=\dfrac{-2x}{4-x^2}=\dfrac{2x}{(x-2)(x+2)}=0$,
Критические точки: $x_1=2$, $x_2=-2$, $x_3=0$
Исследуем знак производной на интервалах, на которые критические точки делят области определения функции.




Функция возрастает на интервале $(-2;0)$, убывает на интервале $(0;2)$. Функция достигает максимума в точке $x=0$, $y(0)\approx1,4$.

5) Выпуклость, точки перегиба.

$y''=\left(\dfrac{2x}{x^2-4}\right)'=\dfrac{2\left(x^2-4\right)-2x\cdot 2x}{\left(x^2-4\right)^2}=\dfrac{2x^2-8-4x^2}{\left(x^2-4\right)^2}=-2\dfrac{x^2+4}{\left(x^2-4\right)^2}<0$ на каждом промежутке области определения, поэтому функция выпукла вверх на каждом промежутке области определения. Точек перегиба нет.

7) Строим график.