

## Аналитическая геометрия на плоскости

### Пример решения задачи

**Задача.** Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон  $x + 2y = 4$  и  $x + 2y = 10$  и уравнение одной из его диагоналей  $y = x + 2$ .

#### Решение.

Найдем координаты двух вершин ромба как координаты точек пересечения сторон и диагоналей:

$$A: \begin{cases} x + 2y = 4, \\ x - y = -2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 2. \end{cases}$$

$$C: \begin{cases} x + 2y = 10, \\ x - y = -2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$$

Получим вершины  $A(0; 2)$  и  $C(2; 4)$ . Середина диагонали  $AC$  имеет координаты  $O(1; 3)$ . Составим уравнение второй диагонали ромба  $BD$ , которая проходит через точку  $O$  перпендикулярно  $AC$  ( $k_{AC} = 1$ ):

$$y - y_0 = -\frac{1}{k_{AC}}(x - x_0), \quad y - 3 = -(x - 1), \quad y = -x + 4.$$

Найдем оставшиеся вершин ромба как точки пересечения сторон и диагонали:

$$B: \begin{cases} x + 2y = 4, \\ x + y = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 0. \end{cases}$$

$$D: \begin{cases} x + 2y = 10, \\ x + y = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = 6. \end{cases}$$

Получим вершины  $B(4; 0)$  и  $D(-2; 6)$ .

**Ответ:**  $A(0; 2)$ ,  $B(4; 0)$ ,  $C(2; 4)$ ,  $D(-2; 6)$ .