Тема: аналитическая геометрия на плоскости

Задание. *Уравнение одной из сторон квадрата* $x+3y-5=0$. *Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если (-1,0) – точки пересечения его диагоналей.*

Решение.

Пусть сторона AB квадрата $ABCD$ лежит на прямой $x+3y-5=0$. Тогда сторона CD лежит на прямой $x+3y-m=0$ (m - некоторое число), так как стороны параллельны. Две другие стороны AC и BD будут лежать на прямых вида $3x-y+n_1=0$ и $3x-y+n_2=0$, которые перпендикулярны прямым $x+3y-5=0$ и $x+3y-m=0$.

Так как $ABCD$ - квадрат, расстояние от точки пересечения диагоналей $A(-1,0)$ до всех его сторон, одинаково. Найдем его:

$$d=\frac{|-1+3\cdot 0-5|}{\sqrt{1+9}}=\frac{6}{\sqrt{10}}.$$

Теперь найдем неизвестные m,n_1,n_2, учитывая равенство расстояний от A до прямых:

$d=\frac{|-1+3\cdot 0-m|}{\sqrt{1+9}}=\frac{|-1-m|}{\sqrt{10}}=\frac{6}{\sqrt{10}}$, откуда $|-m-1|=6$, значит, $m=5$ (прямая AB) или $m=-7$, то есть уравнение прямой CD имеет вид $x+3y+7=0$.

$d=\frac{|-1\cdot 3+-1\cdot 0+n|}{\sqrt{1+9}}=\frac{|n-3|}{\sqrt{10}}=\frac{6}{\sqrt{10}}$, откуда $|n-3|=6$, значит, $n_1=9$ и $n_2=-3$, стороны AC и BD будут лежать на прямых $3x-y+9=0$ и $3x-y-3=0$.

Искомые стороны: $x+3y+7=0$, $3x-y+9=0$ и $3x-y-3=0$.