

### Тема: аналитическая геометрия на плоскости

ЗАДАНИЕ. Найдите длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A(3,2)$ ,  $B(2,-5)$ ,  $C(-6,-1)$  и напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .

РЕШЕНИЕ.

Высота  $AD$  проведена перпендикулярно к прямой  $BC$ . Найдем уравнение прямой  $BC$ :

$$\frac{x - x_C}{x_B - x_C} = \frac{y - y_C}{y_B - y_C},$$

$$\frac{x + 6}{2 + 6} = \frac{y + 1}{-5 + 1},$$

$$\frac{x + 6}{8} = \frac{y + 1}{-4},$$

$$\frac{x + 6}{2} = \frac{y + 1}{-1},$$

$$-x - 6 = 2y + 2,$$

$$2y + x + 8 = 0.$$

Тогда длина высоты  $AD$  - это расстояние от точки  $A(3,2)$  до прямой  $BC$  ( $2y + x + 8 = 0$ ), которое можно вычислить по следующей формуле:

$$AD = d = \frac{|2y_A + x_A + 8|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|2 \cdot 2 + 3 + 8|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}.$$

Напишем уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ . Для этого

сначала найдем уравнение прямой  $AB$ :  $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ ,

$$\frac{x - 3}{2 - 3} = \frac{y - 2}{-5 - 2},$$

$$\frac{x - 3}{-1} = \frac{y - 2}{-7},$$

$$y - 2 = 7(x - 3),$$

$$y = 7x - 21 + 2,$$

$$y = 7x - 19.$$

Угловой коэффициент прямой  $AB$  равен  $k_{AB} = 7$ , поэтому угловой коэффициент

перпендикуляра  $CE$  будет равен  $k_{CE} = -\frac{1}{k_{AB}} = -\frac{1}{7}$ .

Уравнение перпендикуляра найдем по формуле:  $y - y_C = k_{CE}(x - x_C)$ ,

$$y + 1 = -\frac{1}{7}(x + 6),$$

$$y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7} - 1,$$

$$y = -\frac{1}{7}x - \frac{13}{7}.$$

ОТВЕТ:  $AD = 3\sqrt{5}$ ;  $y = -\frac{1}{7}x - \frac{13}{7}$ .