

**Задача с решением по численным методам**  
**Тема: решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона**

**ЗАДАНИЕ.**

Используя метод Ньютона, решите систему нелинейных уравнений с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.1) = x^2 \\ x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$$

**РЕШЕНИЕ.**

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \\ \operatorname{tg}(xy + 0.1) - x^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Последовательные приближения по методу Ньютона вычисляются по формулам:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{A_k}{J_k}; \quad y_{k+1} = y_k - \frac{B_k}{J_k}$$

$$A_k = \begin{vmatrix} f(x_k, y_k) & f'_y(x_k, y_k) \\ g(x_k, y_k) & g'_y(x_k, y_k) \end{vmatrix}; \quad B_k = \begin{vmatrix} f'_x(x_k, y_k) & f(x_k, y_k) \\ g'_x(x_k, y_k) & g(x_k, y_k) \end{vmatrix}$$

$$J_k = \begin{vmatrix} f'_x(x_k, y_k) & f'_y(x_k, y_k) \\ g'_x(x_k, y_k) & g'_y(x_k, y_k) \end{vmatrix}$$

$$f(x, y) = \operatorname{tg}(xy + 0.1) - x^2; \quad f'_x = \frac{y}{\cos^2(xy + 0.1)} - 2x; \quad f'_y = \frac{x}{\cos^2(xy + 0.1)}$$

$$g(x, y) = x^2 + 2y^2 - 1; \quad g'_x = 2x; \quad g'_y = 4y$$

В качестве начального приближения примем  $x_0 = 0.1, y_0 = 0.1$ .

В качестве критерия останова примем  $|f(x_k)| < 0.001, |g(x_k)| < 0.001$

$i$	$x$	$y$	$f$	$f'_x$	$f'_y$	$g$	$g'_x$	$g'_y$	$A_k$	$B_k$	$J_k$
0	0,1	0,1	0,10045	-0,09878	0,10122	-0,97	0,2	0,4	0,13836	0,07573	-0,05976
1	2,4154	1,3673	-5,56727	-3,36607	2,58774	8,57326	4,83088	5,46912	-52,63345	-1,96336	-30,91051
2	0,7127	1,3038	1,15416	3,47998	2,68138	2,90749	1,42534	5,21505	-1,77711	8,47294	14,32636
3	0,8367	0,7123	0,13542	-0,46382	1,42082	0,71495	1,67343	2,84936	-0,62995	-0,55823	-3,69923
4	0,6664	0,5614	0,06908	-0,62355	0,84195	0,07454	1,33285	2,24574	0,09238	-0,13856	-2,52251
5	0,7030	0,5065	-0,00368	-0,77768	0,87226	0,00738	1,40609	2,02603	-0,01388	-0,00057	-2,80208
6	0,6981	0,5063	-0,00002			0,00002					

Итак, с заданной точностью  $x \approx 0.6981; y \approx 0.5063$ .

Ответ.  $x \approx 0.6981; y \approx 0.5063$