

Задача с решением по численным методам
Тема: интерполяционный многочлен Лагранжа

ЗАДАНИЕ.

Провести интерполяцию многочленом Лагранжа функции, заданной в таблице.

i	0	1	2	3	4
x_i	-4	-3	-2	-1	0
$f(x_i)$	2	0	1	-1	-3

РЕШЕНИЕ.

Рассмотрим формулу

$$L(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} +$$
$$+ y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} + y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} +$$
$$+ y_4 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}.$$

и получаем

$$L(x) = 2 \frac{(x+3)(x+2)(x+1)(x+0)}{(-4+3)(-4+2)(-4+1)(-4+0)} + 0 \frac{(x+4)(x+2)(x+1)(x-0)}{(-3+4)(-3+2)(-3+1)(-3-0)} +$$
$$+ 1 \frac{(x+4)(x+3)(x+1)(x-0)}{(-2+4)(-2+3)(-2+1)(-2-0)} - 1 \frac{(x+4)(x+3)(x+2)(x-0)}{(-1+4)(-1+3)(-1+2)(-1-0)} -$$
$$- 3 \frac{(x+4)(x+3)(x+2)(x+1)}{(0+4)(0+3)(0+2)(0+1)} = \frac{5}{24}x^4 + \frac{7}{4}x^3 + \frac{91}{24}x^2 + \frac{1}{4}x - 3.$$

Построим точки и интерполяционный многочлен

