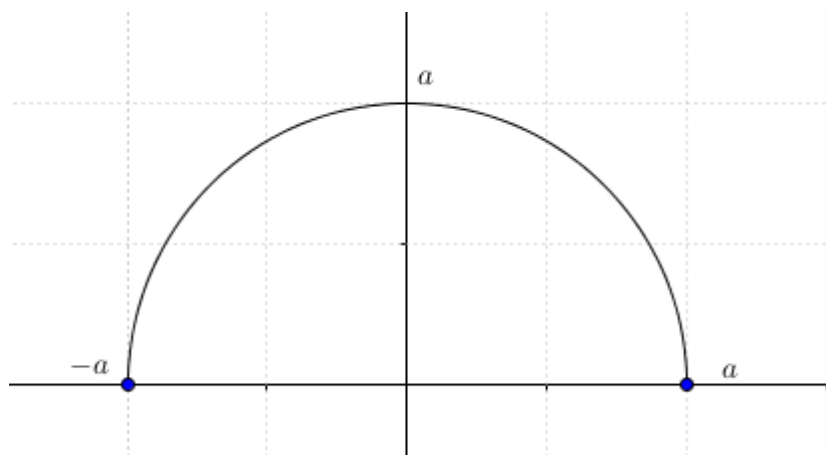


### Пример вычисления момента инерции с помощью криволинейного интеграла

ЗАДАНИЕ.

Вычислить момент инерции верхней половины окружности  $x^2 + y^2 = a^2$  относительно оси  $Oy$ , если плотность  $\delta \equiv 1$ .

РЕШЕНИЕ.



Момент инерции плоской кривой  $AB$  относительно оси  $Oy$  находится по формуле

$$I_y = \int_{AB} x^2 \cdot \delta(x, y) dl$$

Вычислим криволинейный интеграл в полярных координатах

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases} \rightarrow AB: r = a, 0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$dl = \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi = \sqrt{a^2 + 0^2} d\varphi = a d\varphi$$

$$I_y = \int_{AB} x^2 \cdot \delta(x, y) dl = \int_0^\pi r^2 \cos^2 \varphi \cdot 1 \cdot a d\varphi = a^3 \int_0^\pi \frac{1}{2} (1 + \cos 2\varphi) d\varphi =$$

Решение задачи по криволинейным интегралам скачано с  
[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=makrint](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=makrint)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$= \frac{a^3}{2} \left( \varphi + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{a^3}{2} \pi$$

Ответ.

$$I_y = \frac{a^3}{2} \pi$$