

Метод Жордана-Гаусса решения системы уравнений

Пример решения задачи по алгебре

Задача. Используя метод Жордана-Гаусса, исследовать совместность системы уравнений и, если она совместна, то найти ее решение. Если система неопределенная, то найти два общих и соответствующие им базисные решения.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 14x_4 + 4x_5 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 + 39x_3 - 7x_4 - 13x_5 = -7, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 32x_4 + 6x_5 = -2. \end{cases}$$

Решение. Составляем таблицу (матрицу системы) и преобразовываем ее. Разрешающий элемент выделяем серым.

| | | | | | |
|----|---|----|----|-----|----|
| 2 | 1 | -5 | 14 | 4 | 0 |
| -3 | 2 | 39 | -7 | -13 | -7 |
| 4 | 3 | -1 | 32 | 6 | -2 |

Получаем:

| | | | | | | |
|----|---|----|-----|-----|----|--------|
| 2 | 1 | -5 | 14 | 4 | 0 | |
| -3 | 2 | 39 | -7 | -13 | -7 | |
| 4 | 3 | -1 | 32 | 6 | -2 | |
| | | | | | | |
| 2 | 1 | -5 | 14 | 4 | 0 | |
| -7 | 0 | 49 | -35 | -21 | -7 | : (-7) |
| -2 | 0 | 14 | -10 | -6 | -2 | |
| | | | | | | |
| 2 | 1 | -5 | 14 | 4 | 0 | |
| 1 | 0 | -7 | 5 | 3 | 1 | |
| -2 | 0 | 14 | -10 | -6 | -2 | |
| | | | | | | |
| 0 | 1 | 9 | 4 | -2 | -2 | |
| 1 | 0 | -7 | 5 | 3 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Пришли к системе (она совместная и неопределенная):

$$\begin{cases} x_2 + 9x_3 + 4x_4 - 2x_5 = -2, \\ x_1 - 7x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 1. \end{cases}$$

Общее решение:

$$\begin{cases} x_2 = -2 - 9x_3 - 4x_4 + 2x_5, \\ x_1 = 1 + 7x_3 - 5x_4 - 3x_5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 7C_1 - 5C_2 - 3C_3, \\ x_2 = -2 - 9C_1 - 4C_2 + 2C_3, \\ x_3 = C_1, \\ x_4 = C_2, \\ x_5 = C_3. \end{cases}$$

Базисное решение:

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = -2, \\ x_3 = 0, \\ x_4 = 0, \\ x_5 = 0. \end{cases}$$

Найдем другое общее и базисное решения.

| | | | | | | |
|---|------|------|----|----|----|--------|
| 0 | 1 | 9 | 4 | -2 | -2 | : (-2) |
| 1 | 0 | -7 | 5 | 3 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | |
| 0 | -0,5 | -4,5 | -2 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | -7 | 5 | 3 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | |
| 0 | -0,5 | -4,5 | -2 | 1 | 1 | |
| 1 | 1,5 | 6,5 | 11 | 0 | -2 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Получили систему:

$$\begin{cases} -0,5x_2 - 4,5x_3 - 2x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 1,5x_2 + 6,5x_3 + 11x_4 = -2. \end{cases}$$

Общее решение:

$$\begin{cases} x_5 = 1 + 0,5x_2 + 4,5x_3 + 2x_4, \\ x_1 = -2 - 1,5x_2 - 6,5x_3 - 11x_4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 - 1,5C_1 - 6,5C_2 - 11C_3, \\ x_2 = C_1, \\ x_3 = C_2, \\ x_4 = C_3, \\ x_5 = 1 + 0,5C_1 + 4,5C_2 + 2C_3. \end{cases}$$

Базисное решение:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=aglin

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\begin{cases} x_1 = -2, \\ x_2 = 0, \\ x_3 = 0, \\ x_4 = 0, \\ x_5 = 1. \end{cases}$$