

Решение задачи по комбинаторике (сочетания, прямой подсчет)

ЗАДАНИЕ.

В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

РЕШЕНИЕ.

Способ 1. В одной игре участвуют 2 человека, следовательно, нужно вычислить, сколькими способами можно отобрать 2-х человек из 15, причем порядок в таких парах не важен. Воспользуемся формулой для нахождения числа сочетаний (выборки, отличающихся только составом) из n различных элементов по m элементов $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, при $n=15$, $m=2$.

$$C_{15}^2 = \frac{15!}{2!(15-2)!} = \frac{15!}{2! \cdot 13!} = \frac{14 \cdot 15}{1 \cdot 2} = 105.$$

В процессе решения исключили $13!$ из $15!$, т.е. сократили произведение $15! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15$ на $13! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13$, остались после сокращения множители 14 и 15).

Способ 2. Первый игрок сыграл 14 партий (с 2-м, 3-м, 4-м, и так до 15-го), 2-ой игрок сыграл 13 партий (3-м, 4-м, и т.д. до 15-го, исключаем то, что с первым партия уже была), 3-ий игрок – 12 партий, 4-ый – 11 партий, 5 – 10 партий, 6 – 9 партий, 7 – 8 партий, 8 – 7 партий,

9 – 6

10 – 5

11 – 4

12 – 3

13 – 2

14 – 1, а 15-ый уже играл со всеми.

Итого: $14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=105$ партий

ОТВЕТ. 105 партий.