Решение транспортной в сетевой постановке

ЗАДАНИЕ.

Пункты производства и потребления связаны между собой транспортной сетью. В пунктах производства сосредоточено некоторое количество однородного груза, которое необходимо вывезти в пункты потребления. Стоимость перевозки единицы груза на каждом участке (равная C_s) задана. Предполагается, что на каждом участке перевозка грузов осуществляется в одном направлении. Требуется составить такой план перевозки, при котором транспортные расходы будут минимальными.

пункты производства

I II III

105 120 115

пункты потребления

I 2 3 4 5

$C_{II} = 35$ $C_{III4} = 25$

$C_{I2} = 40$ $C_{III5} = 10$

$C_{I5} = 20$ $C_{53} = 30$

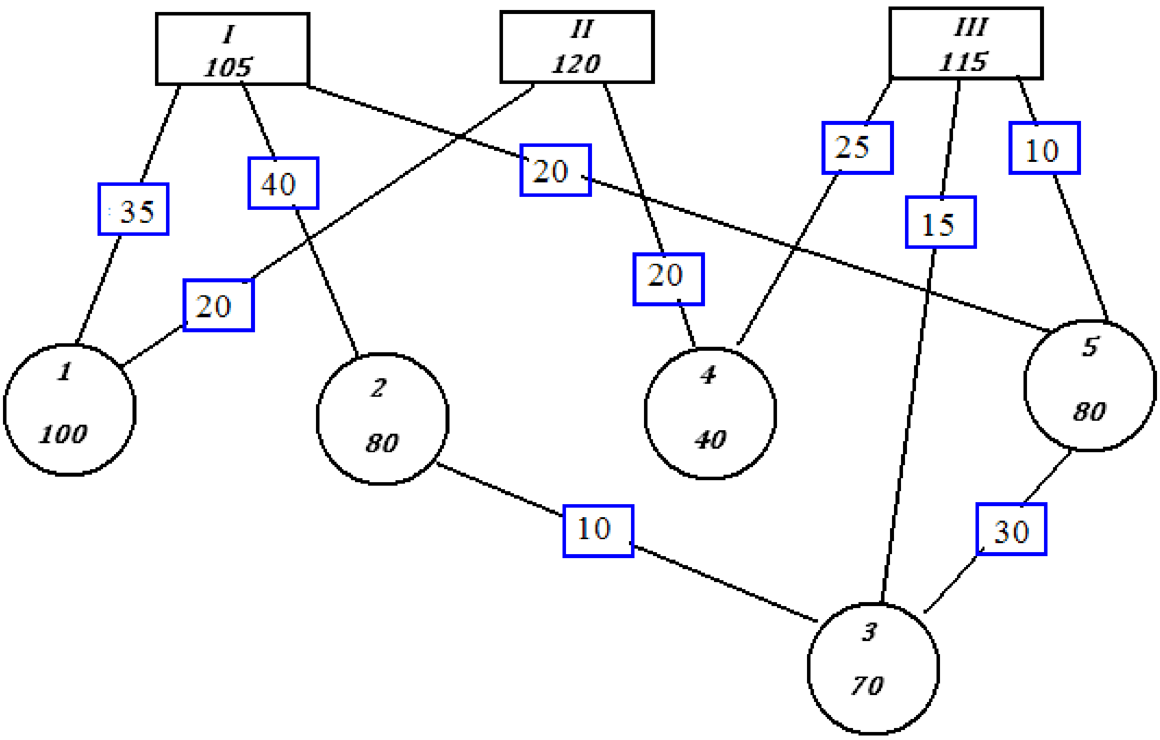
$C_{III} = 20$ $C_{23} = 10$

$C_{II4} = 20$

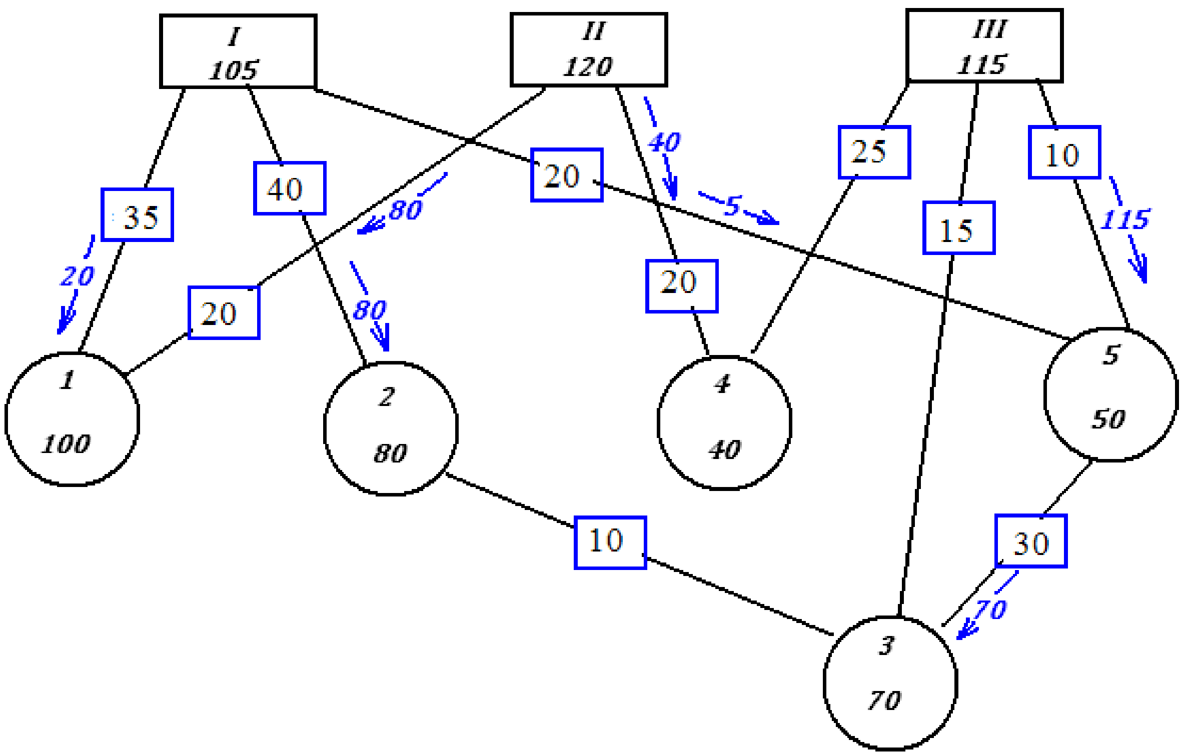
$C_{III3} = 15$

РЕШЕНИЕ.

Составим транспортную схему. Прямоугольниками обозначены поставщики, кружками - потребители, линии - заданные маршруты перевозок, цифры в синих прямоугольниках - тарифы на перевозку.



Построим начальный план перевозок:



Стоимость перевозок по этому плану составит:

$20 \cdot 35 + 80 \cdot 40 + 80 \cdot 20 + 40 \cdot 20 + 5 \cdot 20 + 115 \cdot 10 + 70 \cdot 30 = 9650$ условных единиц.

Исходя из первого условия критерия оптимальности, а именно: $a_{js} - a_{is} = C_s$ для $X_s > 0$ определяем систему оценочных чисел (потенциалов).

Пусть $a_I = 100$ (первый потенциал задаём произвольно), тогда следуя по сети участков где осуществляются перевозки, определяем оценочные числа для других пунктов (если перевозки (стрелки) совпадают с направлением движения – суммируем затраты по перевозке на участке, если направлены против движения – вычитаем), таким образом получим:

$$a_I = 100$$

$$a_1 = a_I + C_{I1} = 100 + 35 = 135$$

$$a_2 = a_I + C_{I2} = 100 + 40 = 140$$

$$a_5 = a_I + c_{I5} = 100 + 20 = 120$$

$$a_{II} = a_1 - C_{II\,1} = 135 - 20 = 115$$

$$a_4 = a_{II} + C_{II\,4} = 115 + 20 = 135$$

$$a_{III} = a_5 - C_{III\,5} = 120 - 10 = 110$$

$$a_3 = a_5 + C_{35} = 120 + 30 = 150$$

Проверяем выполнение второго условия критерия оптимальности, а именно: $a_{js} - a_{is} \leq C_s$для участков, на которых не осуществляется перевозка.

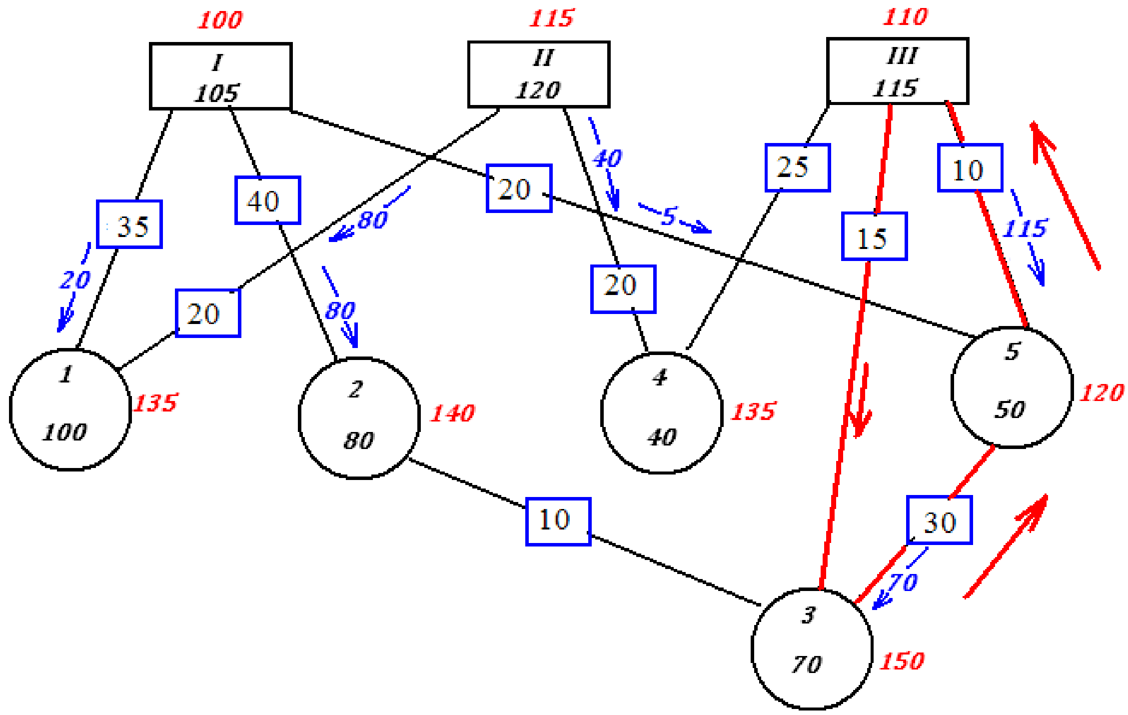
$$a_3 - a_2 = 150 - 140 = 10 = C_{23}$$

$$a_4 - a_{III} = 135 - 110 = 25 = C_{III\,4}$$

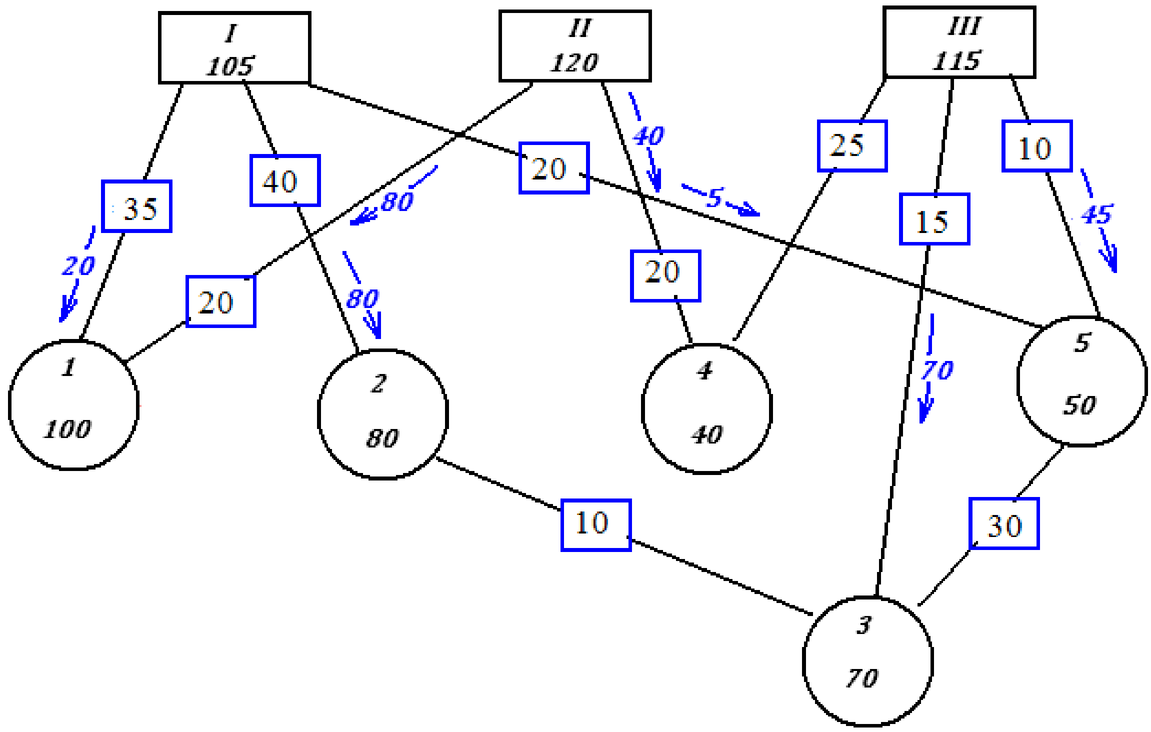
$$a_3 - a_{III} = 150 - 110 = 40 > C_{III\,3}$$

На участке между третьим поставщиком и третьим потребителем нарушается условие оптимальности. Составим кольцо перераспределения груза:

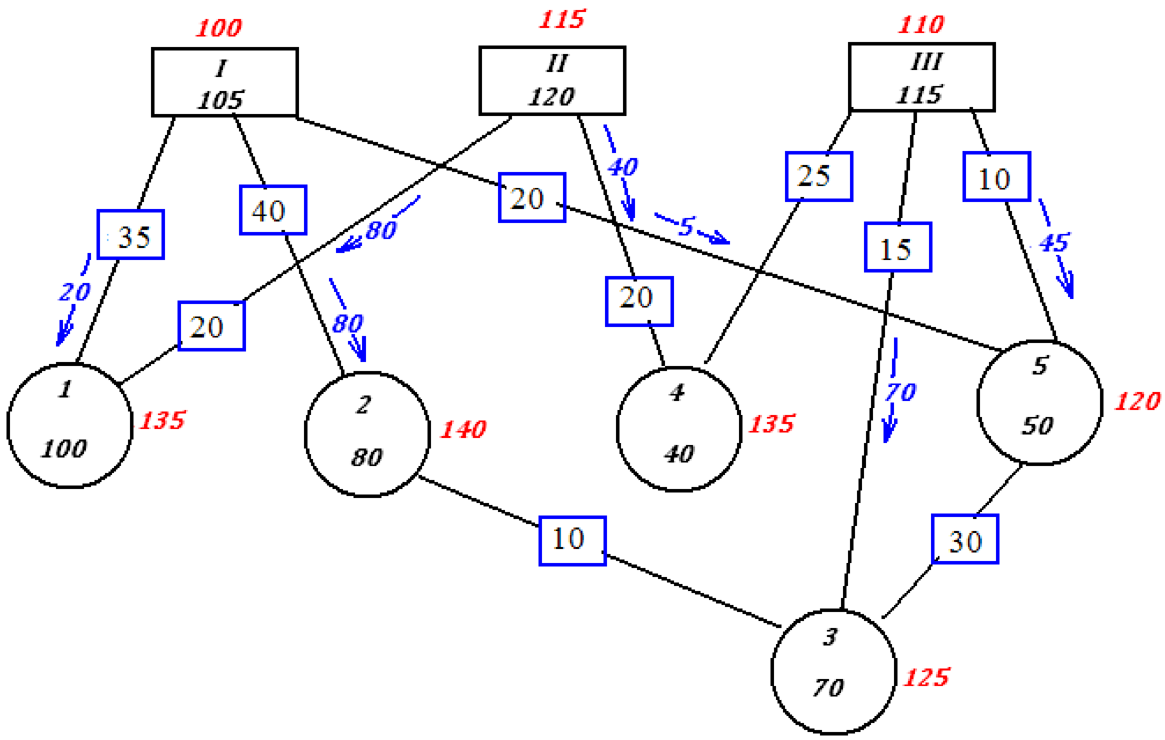
.



После перераспределения 70 единиц груза получим новый план:



Снова найдем потенциалы, приняв $a_I = 100$. Вычислим потенциалы, сразу вписывая их в схему:



Проверяем выполнение второго условия критерия оптимальности, а именно:

$a_{js} - a_{is} \leq C_s$для участков, на которых не осуществляется перевозка.

$$a_3 - a_2 = 125 - 140 = -15 < C_{23}$$

$$a_4 - a_{III} = 135 - 110 = 25 = C_{III\,4}$$

$$a_3 - a_5 = 125 - 120 = 5 < C_{35}$$

Полученный план оптимален.

Стоимость перевозок составит:

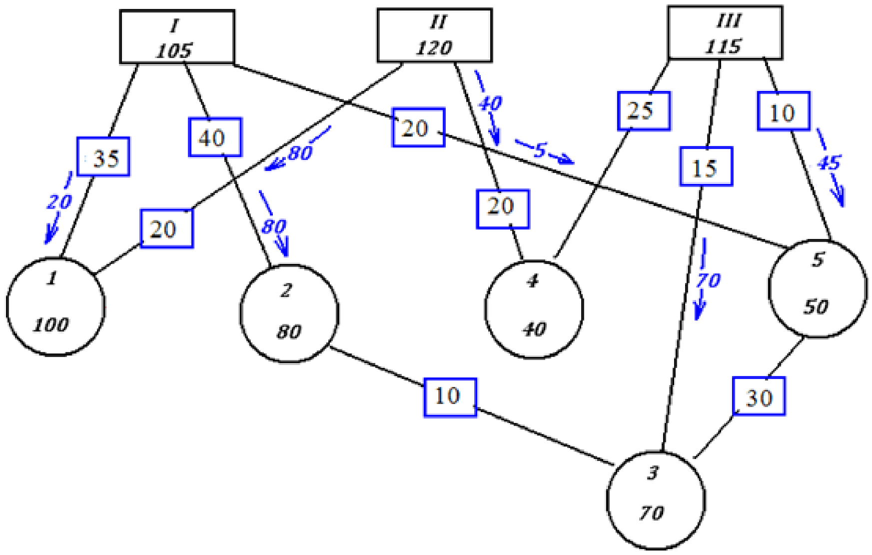
$20 \cdot 35 + 80 \cdot 40 + 80 \cdot 20 + 40 \cdot 20 + 5 \cdot 20 + 15 \cdot 70 + 10 \cdot 45 = 7900$ условных единиц.

Экономия в результате оптимизации плана перевозок составила:

$$9650 - 7900 = 1750 \text{ условных единиц}$$

Ответ.

Оптимальный план перевозок:



Стоимость перевозок составит 7900 условных единиц