

Решение задачи в условиях неопределенности (4 критерия)

ЗАДАНИЕ.

Проанализировать ситуацию с точки зрения критериев

1. Критерия Лапласа;
2. Максиминного (минимаксного) критерия;
3. Критерия Сэвиджа;
4. Критерия Гурвица.

Компания «Kilroy» выпускает очень специфичный безалкогольный напиток, который упаковывается в 40-пинтовые бочки. Напиток готовится в течение недели, и каждый понедельник очередная партия готова к употреблению.

Однако в одно из воскресений всю готовую к продаже партию пришлось выбросить. Секретный компонент, используемый для приготовления напитка, покупается в небольшой лаборатории, которая может производить каждую неделю в течение полугода (так налажено производство) только определенное количество этого компонента. Причем он должен быть использован в кратчайший срок.

Переменные затраты на производство одной пинты напитка составляют 70 пенсов, продается она за 1,50 ф. ст. Однако компания предвидит, что срыв поставок приведет к потере части покупателей в долгосрочной перспективе, а следовательно, придется снизить цену на 30 пенсов.

За последние 50 недель каких-либо явных тенденций в спросе выявлено не было:

<i>Спрос на бочки в неделю</i>	3	4	5	6	7
<i>Число недель</i>	5	10	15	10	10

РЕШЕНИЕ.

Строим игровую матрицу.

Стратегии компании – выпуск бочек в соответствии со спросом, то есть 3, 4, 5, 6 или 7.

Стратегии «природы» - это спрос, который заранее не известен.

Прибыль фирмы находится по формуле:

если спрос больше или равен запасу бочек, то прибыль получается только от запаса: $(1,5-0,7)*\text{запас}$, при это остается неудовлетворенный спрос, который на прибыль никак не влияет

если спрос меньше запаса бочек, то спрос удовлетворяется: $(1,5-0,7)*\text{спрос}$, а остаток продается позже по сниженной цене: $(1,5-0,3-0,7)*(\text{запас}-\text{спрос})$

Получаем матрицу

Бочки\Спрос	3	4	5	6	7
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	2,9	3,2	3,2	3,2	3,2
5	3,4	3,7	4	4	4
6	3,9	4,2	4,5	4,8	4,8
7	4,4	4,7	5	5,3	5,6

Также известны предполагаемые вероятности спроса:

$$3 \text{ бочки} - 5/50 = 0,1$$

$$4 \text{ бочки} - 10/50 = 0,2$$

$$5 \text{ бочки} - 15/50 = 0,3$$

$$6 \text{ бочки} - 10/50 = 0,2$$

$$7 \text{ бочки} - 10/50 = 0,2$$

Критерий Байеса.

По критерию Байеса за оптимальные принимается та стратегия (чистая) A_i , при которой максимизируется средний выигрыш.

Считаем значения $\sum(a_{ij}p_j)$

Байеса	3	4	5	6	7	Ожидаемые
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	2,9	3,2	3,2	3,2	3,2	3,17
5	3,4	3,7	4	4	4	3,88
6	3,9	4,2	4,5	4,8	4,8	4,5
7	4,4	4,7	5	5,3	5,6	5,06
Вероятность	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	

Выбираем стратегию закупки 7 бочек, максимальная ожидаемая прибыль 5,06 ф. ст.

Критерий Лапласа.

Если вероятности состояний природы правдоподобны, для их оценки используют принцип недостаточного основания Лапласа, согласно которого все состояния природы полагаются равновероятными, т.е.:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = 1/n = 1/5$$

Лапласа	3	4	5	6	7	Ожидаемые
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	2,9	3,2	3,2	3,2	3,2	3,14
5	3,4	3,7	4	4	4	3,82
6	3,9	4,2	4,5	4,8	4,8	4,44
7	4,4	4,7	5	5,3	5,6	5
Вероятность	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	

Выбираем стратегию закупки 7 бочек, максимальная ожидаемая прибыль 5 ф. ст.

Критерий Вальда.

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш, т.е.

$$a = \max(\min a_{ij})$$

Вальда	3	4	5	6	7	min
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	2,9	3,2	3,2	3,2	3,2	2,9
5	3,4	3,7	4	4	4	3,4
6	3,9	4,2	4,5	4,8	4,8	3,9
7	4,4	4,7	5	5,3	5,6	4,4

Выбираем стратегию закупки 7 бочек, максимальная ожидаемая прибыль 4,4 ф. ст.

Критерий Севиджа.

Критерий минимального риска Севиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается:

$$a = \min(\max r_{ij})$$

Сэвиджа	3	4	5	6	7	max
3	2	2,3	2,6	2,9	3,2	3,2
4	1,5	1,5	1,8	2,1	2,4	2,4
5	1	1	1	1,3	1,6	1,6
6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,8	0,8
7	0	0	0	0	0	0

Выбираем стратегию закупки 7 бочек, минимальные ожидаемые потери 0 ф. ст.

Критерий Гурвица.

Критерий Гурвица является критерием пессимизма - оптимизма. За оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение: $\max(s_i)$, где $s_i = \alpha \min(a_{ij}) + (1 - \alpha) \max(a_{ij})$

Для $\alpha = 0,5$ построим расчетную таблицу

Гурвица	3	4	5	6	7	min	max	$\alpha \cdot \min(a_{ij}) + (1 - \alpha) \cdot \max(a_{ij})$
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	2,9	3,2	3,2	3,2	3,2	2,9	3,2	3,05
5	3,4	3,7	4	4	4	3,4	4	3,7
6	3,9	4,2	4,5	4,8	4,8	3,9	4,8	4,35
7	4,4	4,7	5	5,3	5,6	4,4	5,6	5

Выбираем стратегию закупки 7 бочек, максимальная ожидаемая прибыль 5 ф. ст.

Таким образом, большинство критериев советуют выбирать стратегию – закупки 7 бочек.