

**Тема: несобственный интеграл (бесконечность в пределе интегрирования)**

ЗАДАНИЕ. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость

$$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x+3)^2}$$

РЕШЕНИЕ:

По определению:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x+3)^2} &= \lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{xdx}{(x+3)^2} = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{(x+3-3)dx}{(x+3)^2} = \lim_{A \rightarrow \infty} \left( \int_0^A \frac{dx}{x+3} - 3 \int_0^A \frac{dx}{(x+3)^2} \right) = \\ &= \lim_{A \rightarrow \infty} \left( \int_0^A \frac{d(x+3)}{x+3} - 3 \int_0^A \frac{d(x+3)}{(x+3)^2} \right) = \lim_{A \rightarrow \infty} \left( \ln |x+3| + \frac{3}{x+3} \right) \Big|_0^A = \\ &= \lim_{A \rightarrow \infty} \left( \ln |A+3| + \frac{3}{A+3} - \ln |3| - \frac{3}{3} \right) = \infty. \end{aligned}$$

Интеграл расходится

ОТВЕТ: расходится.