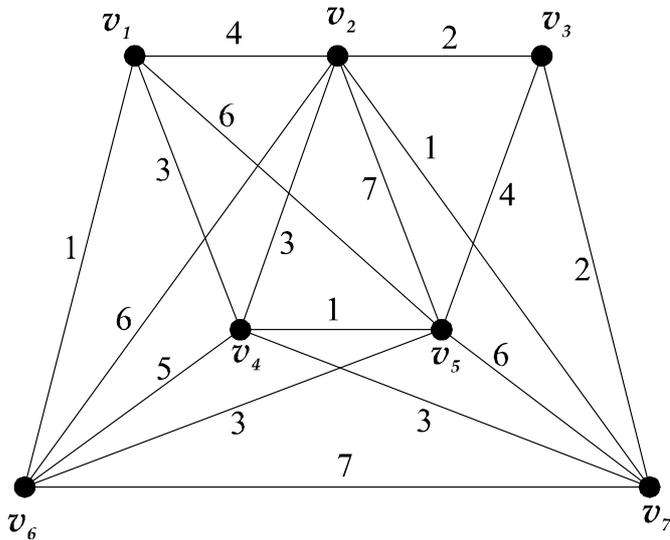


## Тема: Теория графов

ЗАДАНИЕ. Постройте остовное дерево минимального веса, используя алгоритмы Прима и Краскала. С помощью матрицы Кирхгоффа найдите количество (неизоморфных) остовных деревьев, используя пакеты компьютерной математики (например, MathCAD, Mathematica, MatLab).



РЕШЕНИЕ: Построим остовное дерево минимального веса.

### Алгоритм Прима.

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_1, v_6) = 1$ . Вводим вершины  $v_1$  и  $v_6$ .

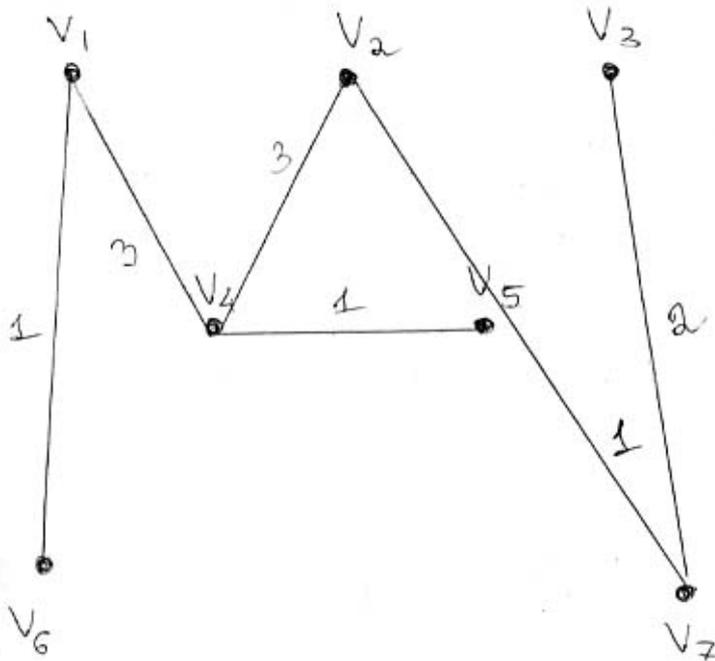
Выбираем ребро минимального веса, смежное с вершинами дерева  $(v_1, v_6)$   $(v_1, v_4) = 3$ , добавляем конец этого ребра, вершину  $v_4$ .

Выбираем ребро минимального веса, смежное с вершинами дерева  $(v_1, v_6, v_4)$   $(v_4, v_5) = 1$ , добавляем конец этого ребра, вершину  $v_5$ .

Выбираем ребро минимального веса, смежное с вершинами дерева  $(v_1, v_6, v_4, v_5)$   $(v_4, v_2) = 3$ , добавляем конец этого ребра, вершину  $v_2$ .

Выбираем ребро минимального веса, смежное с вершинами дерева  $(v_1, v_6, v_4, v_5, v_2)$   $(v_7, v_2) = 1$ , добавляем конец этого ребра, вершину  $v_7$ .

Выбираем ребро минимального веса, смежное с вершинами дерева  $(v_1, v_6, v_4, v_5, v_2, v_7)$   $(v_7, v_3) = 2$ , добавляем конец этого ребра, вершину  $v_3$ .



Все вершины вошли в дерево, оно построено. Вес дерева  $1+3+1+3+1+2=11$ .

Алгоритм Краскала.

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_1, v_6) = 1$ . Вводим вершины  $v_1$  и  $v_6$ .

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_4, v_5) = 1$ . Вводим вершины  $v_4$  и  $v_5$ .

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_2, v_7) = 1$ . Вводим вершины  $v_2$  и  $v_7$ .

Ребер веса 1 больше нет. Теперь вводим ребра веса 2, так, чтобы не образовать циклы.

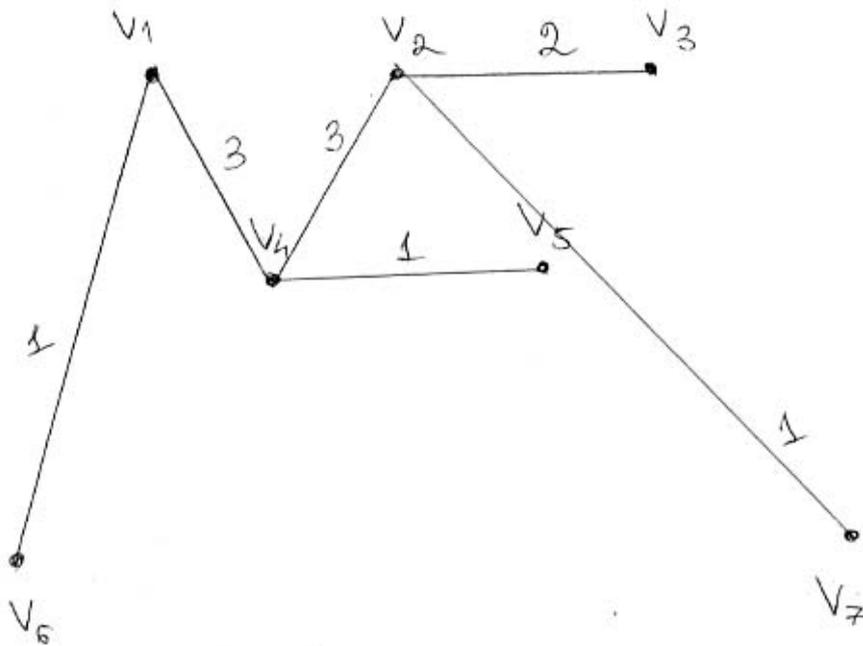
Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_2, v_3) = 2$ . Вводим вершину  $v_3$ .

Ребер веса 2 (не образующих циклов с существующими) больше нет. Теперь вводим ребра веса 3, так, чтобы не образовать циклы.

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_1, v_4) = 3$ .

Вводим в дерево ребро минимального веса  $(v_2, v_4) = 3$ .

Все вершины включены в дерево. Вес дерева  $1+1+1+2+3+3=11$ .



С помощью матрицы Кирхгофа найдем количество неизоморфных остовных деревьев. Построим матрицу Кирхгофа:

	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7
v1	4	-1	0	-1	-1	-1	0
v2	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
v3	0	-1	3	0	-1	0	-1
v4	-1	-1	0	5	-1	-1	-1
v5	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1
v6	-1	-1	0	-1	-1	5	-1
v7	0	-1	-1	-1	-1	-1	5

Используем теорему Кирхгофа: Число остовных деревьев связного графа порядка  $n \geq 2$  равно алгебраическому дополнению любого элемента матрицы Кирхгофа.

Рассмотрим, например, алгебраическое дополнение элемента  $k_{11}$ , то есть определитель матрицы:

6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	3	0	-1	0	-1
-1	0	5	-1	-1	-1
-1	-1	-1	6	-1	-1
-1	0	-1	-1	5	-1
-1	-1	-1	-1	-1	5

Определитель равен 3612, то есть число неизоморфных остовных деревьев – **3612**.