

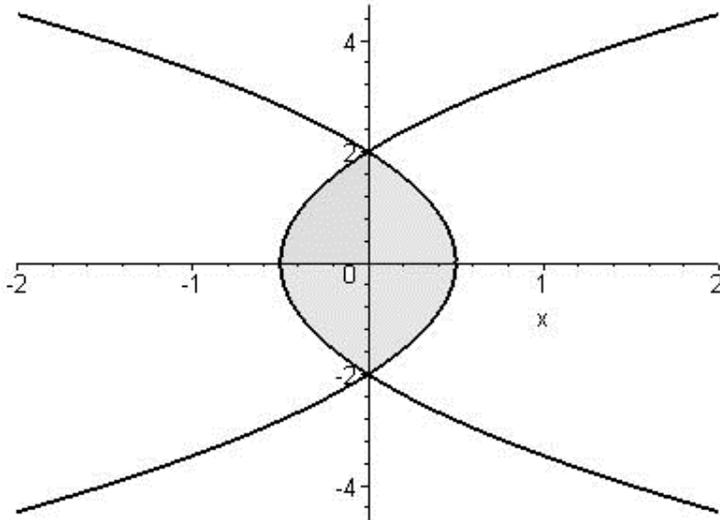
**Пример решения задачи:
Двойной интеграл для вычисления момента инерции**

ЗАДАНИЕ.

Найти момент инерции относительно оси Ox однородной фигуры, ограниченной двумя кривыми $y^2 = 8x + 4$, $y^2 = -8x + 4$.

РЕШЕНИЕ.

Сделаем схематический чертеж фигуры D , ограниченной двумя кривыми $y^2 = 8x + 4$, $y^2 = -8x + 4$.



Момент инерции относительно оси Ox вычисляется по формуле: $I_x = \iint_D y^2 dx dy$

Выразим x из уравнений кривых:

$$y^2 = 8x + 4 \Rightarrow x = \frac{1}{8}y^2 - \frac{1}{2}, \quad y^2 = -8x + 4 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{2}.$$

Получаем:

$$\begin{aligned} I_x &= \iint_D y^2 dx dy = \int_{-2}^2 y^2 dy \int_{1/8y^2-1/2}^{1/2-1/8y^2} dx = \int_{-2}^2 y^2 (1/2 - 1/8y^2 - 1/8y^2 + 1/2) dy = \\ &= \int_{-2}^2 y^2 (1 - 1/4y^2) dy = 2 \int_0^2 (y^2 - 1/4y^4) dy = \left(\frac{2}{3} y^3 - \frac{1}{10} y^5 \right) \Big|_0^2 = \\ &= \left(\frac{2}{3} 8 - \frac{1}{10} 32 \right) = \frac{32}{15}. \end{aligned}$$