

Тема: Формула полной вероятности

ЗАДАНИЕ. В двух урнах находится соответственно 4 и 5 белых и 6 и 3 чёрных шаров. Из каждой урны наудачу извлекается один шар, а затем из этих двух наудачу берется один. Какова вероятность, что это будет белый шар?

РЕШЕНИЕ. Введем полную группу гипотез:

H_1 = (из первой урны вытащили белый шар, из второй вытащили черный шар),

H_2 = (из первой урны вытащили белый шар, из второй вытащили белый шар),

H_3 = (из первой урны вытащили черный шар, из второй вытащили черный шар),

H_4 = (из первой урны вытащили черный шар, из второй вытащили белый шар).

Найдем вероятности гипотез по классическому определению вероятности.

$$P(H_1) = \frac{4}{4+6} \cdot \frac{3}{5+3} = \frac{12}{80},$$

$$P(H_2) = \frac{4}{4+6} \cdot \frac{5}{5+3} = \frac{20}{80},$$

$$P(H_3) = \frac{6}{4+6} \cdot \frac{3}{5+3} = \frac{18}{80},$$

$$P(H_4) = \frac{6}{4+6} \cdot \frac{5}{5+3} = \frac{30}{80}.$$

Введем событие A = (Из этих двух вынули наудачу белый шар). Подсчитаем априорные условные вероятности:

$$P(A | H_1) = P(A | H_4) = \frac{1}{2}, \quad P(A | H_2) = 1, \quad P(A | H_3) = 0.$$

Вероятность события A найдем по формуле полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A | H_1)P(H_1) + P(A | H_2)P(H_2) + P(A | H_3)P(H_3) + P(A | H_4)P(H_4) = \\ &= \frac{12}{80} \cdot \frac{1}{2} + \frac{20}{80} \cdot 1 + \frac{18}{80} \cdot 0 + \frac{30}{80} \cdot \frac{1}{2} = \frac{41}{80} \approx 0,513. \end{aligned}$$

ОТВЕТ. 0,513.